



**Analysis IV – Funktionentheorie – Übungsblatt 4**  
Abgabe: in den Übungen in der Woche vom 5.5 bis 11.5.2008

Fakultät für Mathematik und  
Wirtschaftswissenschaften  
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz  
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Jan-Willem Liebezeit  
jan-willem.liebezeit@uni-ulm.de

1. Es seien  $z_1 = 1 + i$  und  $z_2 = 0$ . Man bestimme die stereographischen Projektionen von  $z_1$  und  $z_2$  sowie ihren sphärischen (chordalen) Abstand. (3)
2. Man ermittle die Bilder der durch die folgenden Ungleichungen bestimmten Mengen auf der Riemannschen Sphäre: (je 1)
  - (a)  $\operatorname{Im} z > 0$
  - (b)  $\operatorname{Im} z < 0$
  - (c)  $\operatorname{Re} z > 0$
  - (d)  $\operatorname{Re} z < 0$
  - (e)  $|z| < 1$
  - (f)  $|z| > 1$
3. Es seien  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$  eine Folge,  $z \in \mathbb{C}$  und  $\rho$  die Metrik von  $\mathbb{C}_\infty$ . Zeigen Sie
  - (a)  $|z_n - z| \rightarrow 0 \Leftrightarrow \rho(z_n, z) \rightarrow 0$ , sowie (4)
  - (b) falls  $|z_n| \rightarrow \infty$ , dann ist  $z_n$  eine Cauchy-Folge in  $\mathbb{C}_\infty$ . (4)
4. Bestimmen Sie die Abbilder auf der Riemannschen Sphäre:
  - (a) der Strahlen  $\arg z = \alpha$ , (2)
  - (b) der Kreise  $|z| = r$  (2)