ulm university universität ulm

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Jan-Willem Liebezeit
jan-willem.liebezeit@uni-ulm.de

Analysis IV – Funktionentheorie – Übungsblatt 13
Abgabe: in den Übungen in der Woche vom 14.7 bis 20.7.2008

Für die Klausurzulassung werden 157 Punkte benötigt.
Dieses Übungsblatt ist ein Zusatzübungsblatt für diejenigen, welche noch Punkte für die Klausurzulassung benötigen.

1. Es seien $\Omega_1, \Omega_2 \subset \mathbb{C}$ zwei homöomorphe Gebiete, d.h. es existiert eine stetige Bijektion von Ω_1 auf Ω_2, deren Inverse ebenfalls stetig ist. Man zeige, wenn Ω_1 einfach zusammenhängend ist, dann gilt dies auch für Ω_2. (6)
2. Es sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ und $\gamma_1, \gamma_2 : [0,1] \to \Omega$ zwei Kurven in Ω. Wir schreiben $\gamma_1 \sim \gamma_2$, falls γ_1 homotop zu γ_2 ist. Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf der Menge aller Kurven in Ω ist. (5)
3. Es sei f eine holomorphe Funktion in $\Omega \subset \mathbb{C}$ und $|f|$ erfülle die Laplace–Gleichung $\Delta |f| = 0$. Dann ist f konstant. (7)
   Erinnerung: für eine zweimal partiell differenzierbare Funktion $g : \Omega \subset \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ ist $\Delta g = \partial_x^2 g + \partial_y^2 g$.
   Hinweis: Cauchy–Riemann–System.
4. Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Morera, dass (4)
   $$F(z) = \int_0^1 e^{-z^2 t} dt$$
   holomorph ist. Finden Sie ferner die explizite Darstellung von $F(z)$. (4)

Im Folgenden finden Sie eine Liste mit Stichworten der in den Übungsserien bearbeiteten Themen für Ihre Klausurvorbereitung.

Blatt 1-2 Rechnen mit komplexen Zahlen

Blatt 2-3 Metrische Räume

Blatt 4 Stereographische Projektion

Blatt 5 Stetige Funktionen, Potenzreihen, Arzelà–Ascoli

Blatt 6 Hyperbolische Funktionen, komplexer Logarithmus, allgemeine Potenz

Blatt 7 Komplexe Differenzierbarkeit, Holomorphie, Cauchy–Riemann–System

Blatt 8 Lokale Invertierbarkeit, Wegintegral, Cauchy–Integral–Satz und –Formel

Blatt 9 Cauchy–Integral–Formel für die Ableitungen, Potenzreihenentwicklung, l'Hospitalsche Regel, Identitätssatz für holomorphe Funktionen

Blatt 10 Geometrische Reihe, Nullstellen der Ordnung k, Schwarzsches Lemma, Maximum–Prinzip

Blatt 11 Liouville, Singularitäten, Konvergenzbereiche von Laurent–Reihen, Laurent–Reihenentwicklung

Blatt 12 Laurent–Reihenentwicklung, Partialbruchzerlegung, Poissonsche Integralformel (CIS/CIF)