ulm university universität uulm

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Jan-Willem Liebezeit
jan-willem.liebezeit@uni-ulm.de

Funktionalanalysis – Übungsblatt 5
Abgabe: bis 19. November 2007, 12:00 Uhr nach der Vorlesung

1. Im Beweis des Projektionssatzes 2.2.4 wird der Faktor $\overline{t} = \dfrac{(y, x_2)}{\|y\|^2}$ für $0 \neq y \in M$ eingeführt. Man leite die Wahl des Faktors t für den reellen Fall her (Hinweis: siehe Beweis der Cauchy–Schwarz–Ungleichung). Zeigen Sie, wie man dann zum komplexen Fall gelangt.
2. Seien $L : H \to \mathbb{C}$ ein beschränktes lineares Funktional auf einem Hilbert–Raum H und der Kern von L $N := \{\, x \in H \mid Lx = 0 \,\} \neq H$. Man zeige ohne den Rieszschen Darstellungssatz, dass $\dim N^{\perp} = 1$.
3. Man zeige, dass für beschränkte lineare Funktionale die Begriffe der $\varepsilon - \delta$–Stetigkeit und der Folgen–Stetigkeit äquivalent sind.
4. Seien $\emptyset \neq M \subset H$ ein abgeschlossener linearer Teilraum eines Hilbert–Raums H und L ein beschränktes lineares Funktional auf M. Beweisen Sie: L lässt sich zu einem beschränkten linearen Funktional auf H fortsetzen.

Klausurtermine:
12.12.07 zur Übungszeit und voraussichtlich 19.02.08.