ulm university universität **uulm**

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Jan-Willem Liebezeit
jan-willem.liebezeit@uni-ulm.de

Funktionalanalysis – Übungsblatt 7

Abgabe: bis 3. Dezember 2007, 12:00 Uhr nach der Vorlesung

1. Leiten Sie eine Matrixdarstellung für unitäre Operatoren auf einem separablen Hilbert–Raum H her.

2. Es seien H ein endlich–dimensionaler Hilbert–Raum und $T : H \to \mathbb{R}$ ein linearer Operator. Man zeige: T ist beschränkt.

3. Seien M, N abgeschlossene Teilräume eines Hilbert–Raumes H und P_M, P_N seien die Projektionsoperatoren auf M bzw. N. Man zeige, dass $P = P_M P_N$ genau dann eine orthogonale Projektion ist, wenn $P_M P_N = P_N P_M$ gilt. In diesem Fall ist $P = P_{M \cap N}$. Ferner gilt $M \perp N \Leftrightarrow P_M P_N = 0$.

4. Es mögen die selben Voraussetzungen wie in Aufgabe 3 gelten, beweisen Sie, dass $P = P_M + P_N$ genau dann eine orthogonale Projektion ist, wenn $M \perp N$ gilt. Außerdem gilt dann $P = P_{M \oplus N}$.

Klausurtermine:
12.12.07 zur Übungszeit und voraussichtlich 19.02.08.