ulm university universität ulm

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Dr. Matthias Bergner
Tel: +49 731 50-23505
matthias.bergner@uni-ulm.de

Jens Dittrich
Tel: +49 731 50-23504
jens.dittrich@uni-ulm.de

Nichtlineare Funktionalanalysis - Übung 3

Abgabe: 5. November 2007, 12:00 Uhr vor der Übung

Name: **Vorname:**

Aufgabe	1	2	3	Summe
Soll	5	5	11+4	21+4
Ist				

Bis auf solche Fakten, die aus dem Vorlesungsbetrieb bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen gut formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar sein.

1. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ eine Lösung der Wellengleichung

$$\begin{aligned} u_{xx} - u_{yy} &= 0 in \mathbb{R}^2 \\ u(x,0) &= f(x) frallex \in \mathbb{R} \\ u_y(x,0) &= g(x) frallex \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

mit Funktionen $f \in C^2(\mathbb{R})$ und $g \in C^1(\mathbb{R})$. Zeigen Sie bitte: Es gibt eine Parametertransformation

$$(x,y) = (x(\xi,\eta), y(\xi,\eta)) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

so dass die Funktion $v(\xi,\eta) = u(x(\xi,\eta), y(\xi,\eta))$ Lösung der Differentialgleichung $v_{\xi,\eta} \equiv 0$ ist. Bestimmen Sie aus den Anfangsdaten f und g für u Anfangsdaten F und G für v so dass Sie aus dem Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} v_{\xi\eta}(\xi,\eta) &\equiv 0 \\ v(\xi,-\xi) &= F(\xi) \\ v_\nu(\xi,-\xi) &= G(\xi) \end{aligned}$$

mit $\nu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi,\eta)^T$ eine Lösung u des Ausgangsproblems erhalten.

2.

3.

4.