ulm university universität uulm

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Jan-Willem Liebezeit
jan-willem.liebezeit@uni-ulm.de

Übungen - Partielle Differentialgleichungen

Abgabe: bis 16. Mai 2007, 14:00 Uhr nach der Vorlesung

Name: **Vorname:**

Bitte geben Sie genau dann Lösungen ab, wenn Sie bereit sind, Ihre Lösungen auch in der Übung vorzurechnen. Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dargestellt sein, Sie können dabei auf Fakten aus der Vorlesung verweisen. Formulieren Sie alle weiteren Aussagen aus und beweisen Sie sie gegebenenfalls.

7. Zeigen Sie, dass die Laplace–Gleichung $\Delta u = 0$ rotationsinvariant ist, d.h., wenn u eine Lösung der Laplace–Gleichung und O eine orthogonale Matrix ist und wir $v(x)$ als
$$v(x) := u(Ox)$$
definieren, so gilt $\Delta v = 0$.

8. Eine Funktion v heißt *subharmonisch*, wenn $\Delta v \geq 0$ in U gilt.
   (a) Zeigen Sie: für eine subharmonische Funktion gilt
   $$v(x) \leq \fint_{\partial U_r(x)} v(y)dy \quad \forall U_r(x) \subset U.$$
   (b) Zeigen Sie, dass deshalb $\max_{\overline{U}} v = \max_{\partial U} v$ gilt.
   (c) Sei φ glatt und konvex und u harmonisch. Zeigen Sie: $v := \varphi(u)$ ist subharmonisch.
   (d) Beweisen Sie: $v := |Du|^2$ ist subharmonisch, wenn u harmonisch ist.

9. Sei I ein kompaktes Intervall und $\{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ eine Folge von Funktionen, mit $f_k \in C^1(I)$ und $|f_k|, |Df_k| \leq M$, für alle k und M unabhängig von k. Zeigen Sie: es existiert eine Teilfolge $\{f_{k_l}\}_{l=1}^{\infty}$, die gleichmäßig konvergent ist.