Werner Kratz
Katja Setzer

Sommersemester 2007
05.06.2007
Blatt 5

Übungen zu Differentialgleichungen für Lehramtskandidaten

(Abgabe und Besprechung: Dienstag, den 19.06.2007)

15. *Riccatische Differentialgleichungen*

Löse die folgenden Anfangswertprobleme unter Verwendung von Aufgabe 14. mit Angabe eines möglichst großen Lösungsintervalles:

(a) $y' = y^2 + 2xy + x^2$, $y(0) = 1$.

(b) $y' = 2y^2 + 2$, $y(0) = 0$.

Hinweis: $y_0(x) = \tan x - x$ ist eine Lösung der Differentialgleichung aus (a). (8 Punkte)

16. *Die Picard-Lindelöf Iteration*

Berechne für das Anfangswertproblem

$$y' = (y+x)^2 , \quad y(0) = 1$$

die Iterierten y_0 , y_1 und y_2 des Picard-Lindelöfschen Iterationsverfahrens. (6 Punkte)

17.* *Additionstheoreme*

Beweise $\sin(x+z) = \sin x \cos z + \cos x \sin z$ und $\cos(x+z) = \cos x \cos z - \sin x \sin z$ für alle $x, z \in \mathbb{R}$.

Hinweis:

Bei festem $z \in \mathbb{R}$ betrachte die Funktion $y(x) := \sin(x+z) - \sin x \cos z - \cos x \sin z$.

Zeige, dass y das Anfangswertproblem

$$y'' + y = 0 , \quad \text{mit } y(0) = y'(0) = 0$$

löst und berechne damit y . (6 Punkte)