G. Baur
C. Röscheisen

Sommersemester 2006
03.05.2006
Blatt 2

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

(Abgabe: Mi. 10.05.2006, 16:10 Uhr, H 14)

1. Für die Fertigung eines Produktes X (in der Menge x) werden zwei Produktionsfaktoren A (in der Menge a) und B (in der Menge b) eingesetzt. Die zugehörige Produktionsfunktion lautet $x = f(a,b) = 10 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. Der Gewinn der Unternehmung (in Geldeinheiten) lasse sich durch die Funktion $G(x,a,b) = 9x - 4a - b$ beschreiben. Gesucht ist nun diejenige Kombination der Produktionsfaktoren, die den Gewinn maximiert. Bestimme diese Kombination unter Verwendung der Lagrange-Methode. (Hierbei muss nicht extra gezeigt werden, dass es sich bei dem berechneten Ergebnis tatsächlich um ein Maximum handelt.) (8)

2. Ein Verbraucher benötigt die beiden Güter X und Y. Sein persönlicher Nutzen beim Gebrauch dieser Güter ermittelt sich durch die Nutzenfunktion $U(x,y) = x^2y^3$, wobei x für die Anzahl der Einkeiten des Gutes X und y für diejenige des Gutes Y steht. Eine Einheit des Gutes X kostet 2 Geldeinheiten und eine Einheit des Gutes Y 4 Geldeinheiten. Ermittle mit Hilfe der Lagrange-Methode, wie viele Einheiten der jeweiligen Güter dieser Verbraucher kaufen sollte, um seinen Nutzen zu maximieren, wenn er 20 Geldeinheiten zur Verfügung hat. (Es muss wieder nicht extra gezeigt werden, dass es sich bei dem berechneten Ergebnis tatsächlich um ein Maximum handelt.) (7)

3. Bilde folgende Matrizen:
   (a) $A = (a_{ij})_{i,j=1..3}$ mit $a_{ij} = 2i - j$, (3)
   (b) $B = (b_{km})_{k=1..3,m=1..4}$ mit $b_{km} = \begin{cases} 0 & , k = m \\ m - k^2 & , k \neq m \end{cases}$. (4)

4. Es seien folgende Matrizen gegeben:
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$
   Bestimme, sofern möglich:
   (a) $A^T, C^T, A + 2B, 3B - 2C$. (5)
   (b) BC, AB, A^TC, AD, DA. (9)
   (c) $(B - C)(B + C), B^2 - C^2$. (8)