G. Baur
C. Röscheisen

Sommersemester 2006
07.06.2006
Blatt 7

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

(Abgabe: Mi. 14.06.2006, 16:10 Uhr, H 14)

1. Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Gib vier äquivalente Aussagen zur Aussage $\det(A) \neq 0$ an. (4)

2. Untersuche die folgenden Matrizen auf Definitheit, ohne das Hauptminoren-Kriterium zu verwenden:
$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(8)

3. Welche der folgenden Matrizen sind positiv definit, negativ definit bzw. indefinit?
$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$
(13)

4. Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Matrix
$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha & 4 \end{pmatrix}$$
positiv (semi-)definit, negativ (semi-)definit bzw. indefinit? (6)

5. Bestimme und klassifiziere alle kritischen Punkte der Funktionen

   (a)
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,,\ f(x, y, z) \ = \ -x^2 - y^2 - 4z^2 + 2xz + 6z\,,$$
(9)

   (b)
$$g(x, y, z) \ = \ \cos x + 3y^2 e^z + 2z^2\,,\ x \in (-\pi, 2\pi), y, z \in \mathbb{R}\,.$$
(12)