G. Baur
C. Röscheisen

Sommersemester 2006
12.07.2006
Blatt 12

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

(Besprechung: Mi. 19.07.2006 und 26.07.2006, 16:10 Uhr, H 14)

1. Löse - sofern möglich - das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & 3 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & = & 12 \\ & & 2x_2 & + & 2x_3 & & & = & 4 \\ x_1 & & & - & x_3 & + & 3x_4 & = & 5 \\ 2x_1 & - & x_2 & - & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 4 \end{array}$$

2. Bestimme und klassifiziere alle kritischen Punkte der Funktion

$$f(x,y,z) \;=\; x^2 e^z + \sin y + z^2\,, \quad y \in [0, 2\pi],\ x, z \in \mathbb{R}\,.$$

3. Es sei

$$A \;=\; \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}.$$

   Bestimme A^n für beliebiges $n \in \mathbb{N}$.

4. Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Vektoren linear abhängig bzw. unabhängig?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5. Berechne den Flächeninhalt der Fläche, die von den Graphen der Funktionen

$$f(x) \;=\; x^3 - 3x^2 + 2x \qquad \text{und} \qquad g(x) \;=\; 3x^2 - 9x + 6$$

   im Intervall $[0, 3]$ eingeschlossen wird.

6. Bestimme Kandidaten für lokale Extrema der Funktion

$$f(x,y) \;=\; -xy^2+11x$$

unter der Nebenbedingung

$$x+y \;=\; 4$$

mit Hilfe der Lagrange-Methode.

7. Berechne folgende Integrale:

(a)

$$\int \frac{x^4+2x^3-x+1}{(x^2-2x+1)(x^2+x+1)}\,dx$$

(b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\,dx$$

8. Untersuche das uneigentliche Integral

$$\int_0^1 t\,(\ln t)^2\,dt$$

auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls seinen Wert.

9. Berechne die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Berechne folgende Integrale:

(a)

$$\iint_M (\,\sin x\cdot e^y\,)\;d(x,y)\,,\quad M=\{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\le x\le 2\pi,\;0\le y\le 1\,\}$$

(b)

$$\iint_M \left(y^2\cdot e^{\frac{2x}{y}}\right)\;d(x,y)\,,\quad M=\{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\le y\le 2,\;x\le y\le 2x\,\}$$

(c)

$$\iint_M \left(e^{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot y\right)\;d(x,y)\,,\;M=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\le 4, x\le 0, y\ge 0\}$$