

Blatt 9, Aufgabe 6

(a) $P = 10.000, r = 0,03$

Nach n Jahren hat Bernhard $P \cdot (1 + r)^n = 10.000 \cdot (1,03)^n \text{ €}$ auf dem Konto.

$$10.000 \cdot (1,03)^n \stackrel{!}{\geq} 15.000$$

$$\Leftrightarrow (1,03)^n \geq 1,5$$

$$\Leftrightarrow \ln(1,03)^n \geq \ln(1,5)$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln(1,03) \geq \ln(1,5)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(1,5)}{\ln(1,03)} \approx 13,717$$

\Rightarrow Nach 14 Jahren hat Bernhard erstmals mehr als 15.000 € auf dem Konto.

(b) $R = 3.000, q = 1,025$, vorschüssige Verzinsung

Nach n Jahren hat Heidi $R \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 3.000 \cdot 1,025 \cdot \frac{(1,025)^n - 1}{0,025} \text{ €}$ auf dem Konto.

$$3.000 \cdot 1,025 \cdot \frac{(1,025)^n - 1}{0,025} \stackrel{!}{\geq} 20.000$$

$$\Leftrightarrow (1,025)^n - 1 \geq \frac{20}{3} \cdot \frac{0,025}{1,025}$$

$$\Leftrightarrow (1,025)^n \geq \frac{20}{3} \cdot \frac{0,025}{1,025} + 1$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln(1,025) \geq \ln\left(\frac{20}{3} \cdot \frac{0,025}{1,025} + 1\right)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{1}{\ln(1,025)} \cdot \ln\left(\frac{20}{3} \cdot \frac{0,025}{1,025} + 1\right) \approx 6,101$$

\Rightarrow Nach 7 Jahren hat Heidi erstmals mehr als 20.000 € auf dem Konto.