K. Stadtmüller
C. Röscheisen

Wintersemester 2006/07
14.12.2006
Blatt 9

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

(Abgabe: Do. 21.12.2006, 10:10 Uhr, H11)

1. Bestimme den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ mit
$$a_n = \frac{\cos(n)}{n^2+n}$$
mit Hilfe des Einschließungskriteriums. (4)

2. Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihren Grenzwert:

   (a)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-4)^k - 3^k}{8^k}$$

   (b)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-4)^k - 3^k}{3^k}$$

   (c)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(6 \cdot 4^{k+2} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{k-1}\right)$$

   (d)
$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{k+2}{k^2-1} - \frac{k+3}{k^2+2k}\right)$$
(16)

3. Untersuche, welche der folgenden Reihen konvergieren:

   (a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{2k^4 - k^3}$$

   (b)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3(k-1)(k^2+1)}{k^3+2}$$

(c)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$$

(d)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$$

(e)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\cos(\pi + k) \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^{k-1} \right)$$

(22)

4. Löse folgende Gleichungen:

(a)

$$\log_3 x \;=\; 2$$

(b)

$$\log_x 8 \;=\; -3$$

(c)

$$e^{2x} - e^{x+1} - e^x + e \;=\; 0$$

(10)

5. Vereinfache:

(a)

$$\log_6 9 + \log_6 8 - \log_6 2$$

(b)

$$\log_7 1 \cdot (\log_3 x - \log_4 x) \;, \quad x > 0$$

(c)

$$\frac{\log_6 x}{\log_{36} x} + x^{\log_x 3} + \log_4 4 \;, \quad x > 0, x \neq 1$$

(7)

6. (a) Bernhard legt einen Betrag von 10.000 € auf einem Konto mit einer jährlichen Verzinsung von 3 % an. Nach wie vielen Jahren hat er erstmals mehr als 15.000 € auf dem Konto?
   (b) Heidi zahlt seit Anfang 2003 zu Beginn jeden Jahres 3.000 € auf ein Konto mit einer jährlichen Verzinsung von 2,5 % ein. Am Ende welchen Jahres hat sie erstmals mehr als 20.000 € auf dem Konto? (10)

7. Zeige folgende Eigenschaften der Exponentialfunktion:

(a)

$$e^x \;\geq\; 1 + x \,, \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

(b)

$$e^x \;\leq\; \frac{1}{1-x} \,, \quad \forall\, x < 1$$

(7)

Hinweis: Verwende die Darstellung $e^x = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{x}{n})^n$.