

## Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

(Abgabe: Do. 11.01.2007, 10:10 Uhr, H11)

1. Bestimme - im Falle der Existenz - die folgenden Funktionsgrenzwerte:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 8} (-x^2 + 3x + 12)$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \cdot (\sqrt{4x + 5} - 2\sqrt{x})$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( 1 + \frac{x}{n} \right)^{-n} \cdot \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right) \right) \quad (10)$$

2. Untersuche folgende Funktionen auf Stetigkeit und gib jeweils den maximalen Definitionsbereich an:

(a)

$$f(x) = \frac{5x}{x^2 + 4x + 4}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & , \quad x \leq 0 \\ \sin(x \cdot \frac{\pi}{2}) & , \quad 0 < x \leq 1 \\ \frac{2}{x^2 - 2x + 1} & , \quad x > 1 \end{cases} \quad (10)$$

3. Ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \cdot y^3}{x^4 + y^6} & , \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

stetig an  $(0, 0)$ ? (5)

4. Berechne die Stelle, an der die Funktion  $f(x) = x + e^x$  den Wert 25 annimmt bis auf zwei Nachkommastellen genau. (10)

5. Zeige mit Hilfe des Zwischenwertsatzes:

Ist  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig auf  $[a, b]$  mit  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , dann gibt es ein  $x \in (a, b)$  mit  $f(x) = 0$ . (3)

6. Nachdem alle Geschenke verteilt wurden, sind die Rentiere des Weihnachtsmannes müde. Dieser verspricht ihnen, dass er sie ausspannt und sie in seinem Schlitten mitfahren dürfen, solange es bergab geht. Der Querschnitt des Geländes, das sie auf dem Heimweg zurücklegen, kann mittels folgender Funktion beschrieben werden:

$$f(x) = 12x^5 - 105x^4 + 280x^3 - 240x^2 + 512$$

$x = 0$  entspricht dabei der Höhe über N.N. seines Startorts (Wo ist er wohl?). Für welche Werte  $x \geq 0$  dürfen die Rentiere zusammen mit dem Weihnachtsmann im Schlitten fahren? (9)

**Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr  
wünscht Euch das Mathe I-Team**