

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

(Abgabe: Do. 18.01.2007, 10:10 Uhr, H11)

1. Bestimme die Ableitung der Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 mit Hilfe der Definition, also mittels des Grenzwertes

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

für

(a) $f(x) = 4x^2 - x + 2$

(b) $f(x) = \sqrt{x}$, $x > 0$

(8)

2. Prüfe, ob folgende Funktionen auf ihrem Definitionsbereich stetig und/oder differenzierbar sind:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 3x + 2 & , x \geq 1 \\ 2x^2 - 2x + 1 & , x < 1 \end{cases}$$

(8)

(b)

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - 2x^2 + 2 & , x < 0 \\ x^3 + 3x + 2 & , x \geq 0 \end{cases}$$

(10)

3. Berechne die erste Ableitung folgender Funktionen:

(a)

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \cos x$$

(b)

$$f(x) = \cos(x \cdot \sqrt{x})$$

(c)

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 1}{x^2 + 1}$$

(d)

$$f(x) = \ln(x^2 + 4)$$

(e)

$$f(x) = \frac{e^x}{x^\alpha}, \quad x > 0$$

(f)

$$f(x) = (x - \ln x)^2 \cdot \sin x, \quad x > 0$$

(g)

$$f(x) = (\cos x)^x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \tag{15}$$

4. Bestimme die Steigung die der Graph der Funktion $f(x) = \tan x$ an der Stelle $x_0 = \frac{\pi}{4}$ hat. Stelle außerdem die Gleichung der Tangente, die durch den Punkt $(x_0, f(x_0))$ geht, auf. (3)

5. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 5, \quad x \in \mathbb{R}$$

Bestimme die wahren Aussagen:

- (a) f ist auf $x > 0$ streng monoton wachsend.
- (b) f ist auf $x > 2$ streng monoton wachsend.
- (c) f ist auf $(-3, 0)$ streng monoton fallend.
- (d) f ist auf $(0, 2)$ streng monoton fallend.
- (e) f ist auf $x < -3$ streng monoton wachsend.
- (f) f ist auf $x < -1$ streng monoton wachsend.
- (g) Keine der Aussagen (a) bis (f) ist richtig. (5)

6. Bestimme alle lokalen Extrema der folgenden Funktionen:

(a)

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 - 8x + 2$$

(b)

$$f(x) = e^x \cdot x^4 \tag{10}$$