

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

(Abgabe: Do. 01.02.2007, 10:10 Uhr, H11)

1. Die Produktionskosten eines Betriebs seien durch

$$K(x) = \frac{1}{2}x^2 + 20x + 1.000$$

gegeben. Berechne die prozentuale Änderung der Kosten, wenn die Produktion von $x = 100$ um 1 % erhöht wird. (4)

2. Es seien Funktionen f und g mit $\varepsilon_{f \cdot g}(x) = 2$ und $\varepsilon_{f/g}(x) = -1$ gegeben. Bestimme $\varepsilon_f(x)$ und $\varepsilon_g(x)$. (5)

3. Verwende das Newton-Verfahren um eine Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x + \ln x, \quad x > 0$$

bis auf 3 Nachkommastellen genau zu bestimmen. (6)

4. Beweise oder widerlege:

- (a) Jede stetige Funktion ist differenzierbar.
(b) Sind (a_n) und (b_n) konvergente Folgen, dann ist auch $(a_n + b_n)$ eine konvergente Folge und es gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n.$$

- (c) $a^{\log_a 3} \cdot \frac{\log_4 9}{\log_4 3} = 9$, $a > 0, a \neq 1$. (7)

5. Berechne folgende Funktionsgrenzwerte:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\tan(x-1)}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{-4} \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^x + 2e^{-x}}{e^x - 2e^{-x}}$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\cos\left(\frac{\pi}{x}\right) - \frac{1}{2}}$$

(e)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{\sin x} \right) \tag{13}$$

6. Bestimme alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y, z) = e^z \cdot x^y + \ln(z^2 + x), x > 0. \tag{10}$$