Prof. Dr. V. Schmidt/J. Wiedmann

WS 98/99
Blatt 13
20.01.1999

Übungen zu Statistik II

(Abgabe: Mittwoch, den 27.01.1999, vor den Übungen)

1. Ein stochastischer Prozeß $B = (B(t), t \in \mathbb{R}_+)$ mit stetigen Pfaden heißt Brownsche Bewegung, falls:

   - $B(t) \sim N(0,t)$ (d.h. $(B(t)$ ist ein Gausscher Prozeß)
   - für $0 \leq s < t$ gilt: $B(t) - B(s) \sim N(0, t-s)$, d.h. die Zuwächse normalverteilt und stationär sind
   - die Zuwächse unabhängig sind.

   a) Sei $(B(t), t \in \mathbb{R}_+)$ eine Brownsche Bewegung sowie $B^0(t) = (1-t)B(\frac{t}{1-t})$ für $t \in [0,1)$ und $B^0(1) = 0$. Zeigen Sie, daß $(B^0(t), t \in [0,1])$ eine Brownsche Brücke ist. (4)

   b) Sei $B^0 = (B^0(t), t \in [0,1])$ eine Brownsche Brücke und $B^\star(t) = (1+t)B^0(\frac{t}{1+t})$. Zeigen Sie, daß $(B^\star(t), t \in \mathbb{R}_+)$ eine Brownsche Bewegung ist. (6)

2. In einer biologischen Studie wurde das Gewicht von 20 Ratten einer bestimmten Rattenart (in g) ermittelt. Folgende Meßergebnisse liegen vor:

356.4	362.5	394.7	356.0	387.6	305.1	385.1	383.2	346.6	314.2
394.8	370.8	434.2	365.2	377.1	365.9	384.4	297.4	404.3	412.0

   a) Skizzieren Sie die auf diesen Daten basierende empirische Verteilungsfunktion (2)

   b) Testen Sie

   $$H_0 : F \in \{N_{\mu,\sigma^2} : \mu \in \mathbb{R},\ \sigma^2 > 0\} \quad \text{vs.} \quad H_1 : F \notin \{N_{\mu,\sigma^2} : \mu \in \mathbb{R},\ \sigma^2 > 0\}$$

   mit dem modifizierten Kolmogorov-Test ($\alpha = 0.05$). (3)

   c) Es sei nun von dieser Rattenart bekannt, daß sie im Mittel $\mu_0 = 370.6$ (g) wiegen mit einer Standardabweichung von $\sigma_0 = 26$ (g). Testen Sie unter Verwendung der Kolmogorov-Smirnov Statistik D_n, ob das Gewicht der Tiere $N(\mu_0, \sigma_0^2)$-verteilt ist. ($\alpha = 0.05$). (3)

   d) Prüfen Sie die in b) bzw. c) formulierten Hypothesen mit Hilfe des χ^2-Anpassungstests. (6)

α	0,15	0,10	0,05	0,025	0,01
$(\sqrt{n} - 0.01 + 0.85/\sqrt{n})\hat{c}_n(\alpha)$	0,775	0,819	0,895	0,995	1,035

Tafel 1: Kritische Werte $\hat{c}_n(\alpha)$ der modifizierten Kolmogorov-Smirnov-Statistik $\hat{D}_n$: $\mathrm{P}(\hat{D}_n \geq \hat{c}_n(\alpha)) = \alpha$