Prof. Dr. V. Schmidt/J. Wiedmann

WS 98/99
Blatt 5
11.01.1998

Übungen zu Statistik II

(Abgabe: Mittwoch, den 18.11.1998, vor den Übungen)

1. X_{ij} seien unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariable mit $X_{ij} \sim N(\mu, \sigma^2)$ $(i = 1, \ldots, m,$ $j = 1, \ldots, r,$ $n = rm)$. Zeigen Sie

$$\frac{\max\limits_{1 \le i \le m} \overline{X}_{i\cdot} - \min\limits_{1 \le i \le m} \overline{X}_{i\cdot}}{\sqrt{\frac{MQI}{r}}} \sim Q_{m,n-m}$$

(6)

2. Die folgende Tabelle gibt Beobachtungen über den Ertrag (in dz/ha) einer Nutzpflanze wieder:

Düngemittel	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}
ohne	67	67	55	42
Düngemittel 1	98	96	91	66
Düngemittel 2	60	69	50	35
Düngemittel 3	79	64	81	70
Düngemittel 4	90	70	79	88

Legen Sie das Modell der einfaktoriellen Varianzanalyse zugrunde.

a) Überprüfen Sie, ob der Faktor Düngung einen signifikanten Einfluß auf den Ertrag hat ($\alpha = 0.05$). (3)

b) Decken Sie Unterschiede zwischen den Behandlungsmethoden auf (das simultane Signifikanzniveau α sei 0.05)

(i) mittels multiplen t-Tests, (3)

(ii) mit dem Verfahren von Tukey, (3)

(iii) mit dem Test von Newman-Keuls. (3)

3. Gegeben sei das Modell der einfaktoriellen Varianzanalyse $\underline{X} = A\underline{a} + \underline{\varepsilon}$ mit $\underline{\varepsilon} \sim \mathcal{N}(\underline{0}, \sigma^2 I)$. Ferner seien $\underline{c}^\top \underline{a}$ und $\underline{d}^\top \underline{a}$ linear schätzbar und $\sum_{i=1}^m \frac{c_{i+1} d_{i+1}}{n_i} = 0$. Zeigen Sie:

a) $\hat{L}_1 := \sum\limits_{i=1}^m c_{i+1} \bar{X}_{i\cdot}$ und $\hat{L}_2 := \sum\limits_{i=1}^m d_{i+1} \bar{X}_{i\cdot}$ sind unabhängig. (3)

b) Die Zufallsgrößen $\hat{L}_1, \hat{L}_2$ und MQI sind paarweise unabhängig. (2)

c) Bestimmen Sie die gemeinsame Dichte von

$$\frac{\hat{L}_1 - \underline{c}^\top \underline{a}}{\sqrt{MQI \sum_{i=1}^m \frac{c_{i+1}}{n_i}}} \quad \text{und} \quad \frac{\hat{L}_2 - \underline{d}^\top \underline{a}}{\sqrt{MQI \sum_{i=1}^m \frac{d_{i+1}}{n_i}}}.$$

Sind beide Zufallsvariablen unabhängig? (6)