Prof. Dr. V. Schmidt/J. Wiedmann

WS 98/99
Blatt 6
18.11.1998

Übungen zu Statistik II

(Abgabe: Mittwoch, den 25.11.1998, vor den Übungen)

1. Seien $X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ unabhängig, $\mu_i \in \mathbb{R}$, $\sigma_i^2 > 0$, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., r$, $n = m \cdot r$. Zeigen Sie

$$MQI = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{r} \left(X_{ij} - \overline{X}_{i\cdot} \right)^2 \xrightarrow{\text{f.s.}} c \in \mathbb{R} \qquad (r \to \infty,\, m \text{ fest})$$

und bestimmen Sie c. (5)

2. Es soll untersucht werden, ob verschiedene künstliche Nährböden, auf denen Pilzkulturen gehalten werden, zu signifikanten Unterschieden im Endtrockengewicht der Pilze führen. Die folgende Tabelle gibt das Endtrockengewicht X von 20 Pilzkulturen, die auf 5 verschiedenen Nährböden gezüchtet wurden, an:

Boden i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}
1	1.25	1.61	1.79	1.98
2	3.25	2.68	4.37	3.73
3	11.07	19.12	13.81	16.79
4	24.16	21.53	29.49	18.98
5	28.32	31.72	25.51	40.91

Es gelte $X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ unabhängig, $i = 1, ..., 5$, $j = 1, ..., 4$.

Der auf den Daten angewandte modifizierte Levene-Test ergab, daß nicht von Varianzhomogenität (Homoskedastizität) ausgegangen werden kann.

a) Plotten Sie $\widehat{S}_i = \sqrt{\frac{1}{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i} \left(X_{ij} - \overline{X}_{i\cdot} \right)^2}$ gegen $\overline{X}_{i\cdot} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$ und finden Sie eine geeignete varianzstabilisierende Transformation. (4)

b) Überprüfen Sie mit dem modifizierten Levene-Test, ob man bei den transformierten Daten von Varianzhomogenität ausgehen kann. ($\alpha = 0.05$). (4)

3. Die Ulmer-Spatzen-Bäckerei liefert geschnittenes und verpacktes Vollkornbrot an eine große Zahl von Supermärkten im Stadtgebiet. In einem Experiment wurde der Einfluß der Höhe der Auslage im Regal (unten, in der Mitte, oben) und deren Breite (normal, breit) auf die Verkaufszahlen (in Packungen) untersucht. Zwölf Supermärkte mit vergleichbarem Verkaufsvolumen und ähnlicher Kundschaft wurden herangezogen. Je zwei Märkte wurden zufällig einer der sechs möglichen Auslagearten zugeordnet.

Anordnung

Lage	normal		breit	
unten	47	43	46	40
Mitte	62	68	67	71
oben	41	39	42	46

Legen Sie das Modell der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Berücksichtigung von eventuellen Wechselwirkungen zugrunde. Die üblichen Modellannahmen seien erfüllt.

a) Testen Sie, ob eine Wechselwirkung zwischen den Faktoren besteht ($\alpha = 0.05$). (4)

b) Prüfen Sie, ob die Auslagenhöhe bzw. die Auslagenbreite die Verkaufszahlen signifikant beeinflußt ($\alpha = 0.05$ in beiden Tests). (4)

c) Verwenden Sie das Verfahren von Tukey, um Unterschiede zwischen den Faktorstufen der Auslagenhöhe zu prüfen ($\alpha = 0.05$). (4)