Prof. Dr. V. Schmidt/J. Wiedmann

WS 98/99
Blatt 8
02.12.1998

Übungen zu Statistik II

(Abgabe: Mittwoch, den 09.12.1998, vor den Übungen)

1. X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} p_j I_{[t_j,\infty)}(x), \quad p_i > 0 \quad i = 1, \ldots, n, \quad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

$$-\infty < t_1 < t_2 < \ldots < t_n < \infty.$$

(5)

Bestimmen Sie die Quantilfunktion F^{-1} und skizzieren Sie F und F^{-1}.

2. Es sei F eine Verteilungsfunktion und F^{-1} die zugehörige Quantilfunktion. Zeigen Sie:

   a) $F^{-1}(x)$ ist monoton wachsend für $x \in [0, 1]$ (2)
   b) $F^{-1}(x)$ ist linksseitig stetig für $x \in (0, 1)$ (3)
   c) $F^{-1}(F(x)) \leq x \leq F^{-1}(F(x)+) \quad \forall x \in \mathbb{R},\ F(x) > 0.$ (3)

3. Sei $X_1, \ldots, X_n$ eine einfache Zufallsstichprobe zu einem $B_{1,p}$-verteilten Merkmal ($0 < p < 1$). Zeigen Sie, daß sowohl die Verteilung von D_n für beliebiges $n \in \mathbb{N}$, als auch die Grenzverteilung von $\sqrt{n}D_n$ (für $n \to \infty$) von p abhängt (also nicht verteilungsunabhängig ist). (6)

4. Erzeugen Sie 100 Realisierungen einer exponential-verteilten Zufallsvariablen mit Erwartungswert 1. Benutzen Sie hierzu 100 zuvor erzeugte Realisierungen einer $U(0, 1)$-verteilten Zufallsvariablen. Testen Sie anschließend die Hypothese, daß die so gewonnenen Daten einer exponential-verteilten Grundgesamtheit mit Erwartungswert 2 entstammen ($\alpha = 0.05$). Legen Sie Ihrer schriftlichen Lösung einen Ausdruck der von Ihnen erzeugten Daten bei. (6)