Prof. Dr. U. Jensen
Holger Höfling 22.7.2002

Klausur in Wirtschaftsstatistik

Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Erreichbare Punkte: 100
Hilfsmittel: Stifte, Taschenrechner, Quantiltabellen, 1 Blatt mit Formeln

Aufgabe 1 **6 Punkte**

Welche unterschiedlichen Skalenniveaus gibt es und welche Anforderungen an die Merkmale beinhalten diese Niveaus? Welches Skalenniveau ist jeweils nötig, so daß die Berechnung des arithmetischen Mittels, des Modus und des Medians sinnvoll ist.

Aufgabe 2 **12 Punkte**

Es sei die folgende Meßreihe gegeben:

Versuch Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Meßwerte (x_i)	40	68	24	19	57	39	24	57	24	46

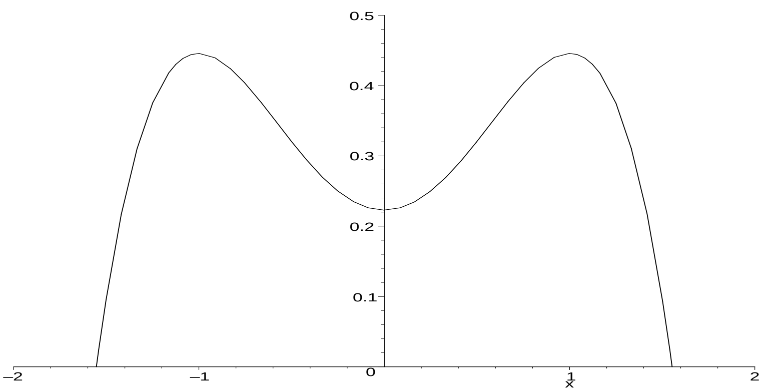
(a) Berechnen Sie den Modus, den Median und das arithmetische Mittel.

(b) Bestimmen Sie die Spannweite, den Quartilsabstand und die empirische Varianz.

(c) Geben Sie alle Werte $a \in \mathbb{R}$ an, für welche die Funktion $f(a) = \sum_{i=1}^{10} |x_i - a|$ minimiert wird und bestimmen Sie das Minimum von f.

Aufgabe 3 **4 Punkte**

Eine Häufigkeitsverteilung werde durch die folgende Funktion approximiert. Bestimmen Sie qualitativ die Lage des Medians, des Modus und des arithmetischen Mittels. Übertragen Sie hierzu die Funktion auf ihr Blatt.



Aufgabe 4 **13 Punkte**

Ein Spielwarenhandel verkauft elektrische Eisenbahnen, Brettspiele und Computerspiele. Die folgende Tabelle zeigt die abgesetzten Mengen und die dafür erzielten Preise:

	1999		2000		2001	
Gut	Preis	Menge	Preis	Menge	Preis	Menge
Eisenbahn	150	30	180	27	160	32
Brettspiele	18	253	20	287	22	267
Computerspiele	40	158	45	185	50	213

Berechnen Sie jeweils den Paasche- und den Laspeyres-Index für den Zeitraum 1999-2000 und 2000-2001.

Aufgabe 5 **13 Punkte**

In einer Studie wurde untersucht, inwieweit sportliche Aktivität bei der Gewichtsabnahme eine Rolle spielt. 300 Personen nahmen an der Studie teil und unterzogen sich einer Diät. Nach 2 Monaten mußten sie angeben, ob sie Gewicht verloren haben oder nicht und ob sie in dieser Zeit sportlich aktiv waren. Es ergab sich die folgende Tabelle:

	Abnahme	Zunahme
sportlich aktiv	100	70
nicht aktiv	40	90

(a) Berechnen Sie die Randverteilungen.

(b) Wie sähe die Häufigkeitsverteilung bei Unabhängigkeit der Merkmale aus?

(c) Bestimmen Sie den Kontingenzkoeffizienten $r = \sqrt{\frac{\chi^2}{n+\chi^2}}$.

Aufgabe 6 **6 Punkte**

Es sei das folgende varianzanalytische Modell gegeben:

$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} \quad i = 1 \dots k \quad j = 1 \dots n_i$

Berechnen Sie KQ-Schätzer für die μ_i. Bestimmen Sie auch die $\hat{Y}_{ij}$.

Aufgabe 7 **13 Punkte**

Bei einem Versuch wird ein funktionaler Zusammenhang der Form $f(x, \beta_1, \beta_2) = e^{(\beta_1 + \beta_2 \cdot x)}$ unterstellt. Es ergeben sich die folgenden Meßwerte:

Ausgangsdaten (x)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Meßwerte (y)	5,5	6	7	9	13	18	24

(a) Finden Sie eine linearisierende Transformation.

(b) Bestimmen Sie die Regressionskoeffizienten des linearisierten Modells.

(c) Wie lautet die gewonnene Schätzfunktion? Zeichnen Sie die ursprünglichen Datenpunkte und die Schätzfunktion in einen Graphen ein.

Aufgabe 8 **8 Punkte**

Es sei ein lineares Modell der Form: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_{i2} + \cdots + \beta_p \cdot x_{ip} + \epsilon_i$ gegeben. Weisen Sie nach, daß die Beziehung

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - \overline{\hat{Y}})^2$$

gilt. (Hinweis: Zeigen Sie zunächst, daß $\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i) = 0$ und verwenden Sie ohne Beweis, daß $\sum_{i=1}^{n} \hat{Y}_i(Y_i - \hat{Y}_i) = 0$.)

Aufgabe 9 **25 Punkte**

Es wird eine Untersuchung auf dem Immobilienmarkt durchgeführt. Es wird vermutet, daß der Preis einer Immobilie (y) (in 10 TEUR) linear von dem Alter (x_2) (in Jahren) und der Wohnfläche (x_3) (in 10 m^2) abhängt, also:
$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_{i2} + \beta_3 \cdot x_{i3} \quad i = 1 \ldots n.$
Man ermittelt die folgenden Daten:

Nr.	Alter	Fläche	Preis	Nr.	Alter	Fläche	Preis
1	5	15	22	7	0	23	31,7
2	20	13	12	8	10	17,5	23,1
3	3	18,3	26,8	9	7	22,5	27,4
4	6	14	23	10	13	12	18
5	0	15	23,7	11	8	25	34,5
6	4	17	25	12	10	18,5	22,4

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,568165 & -0,052877 & -0,11987 \\ -0,052877 & 0,003295 & 0,001665 \\ -0,11987 & 0,001665 & 0,006144 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 289,6 \\ 1825,2 \\ 5321,69 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 7367,2 \qquad \sum_{i=1}^{n} \hat{\epsilon}_i^2 = 29,66$$

(a) Stellen Sie das lineare Modell auf (Normalverteilungsannahme).

(b) Bestimmen Sie KQ-Schätzer für β_1, β_2, β_3 und σ^2.

(c) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß des Modells.

(d) Geben Sie Konfidenzbereiche für die Koeffizienten β_2 und β_3 zum Niveau 0,95 an.

(e) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ auf einem 5%-Niveau.