Prof. Dr. U. Jensen
Holger Höfling

11.7.2002

Probeklausur zu Wirtschaftsstatistik

Lösung am 18.7.2002 in den Übungen

Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Erreichbare Punkte: 80
Hilfsmittel: Taschenrechner, Quantiltabellen, 1 handbeschriebenes Blatt mit Formeln

1. Bei einer Meßreihe haben sich die folgenden Werte ergeben: (10)

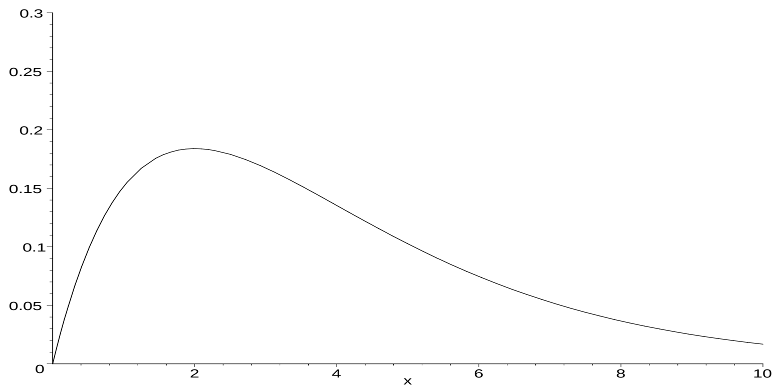
Versuch Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Meßwerte	73	40	38	70	64	73	89	87	45	100

   (a) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median und den Modus der Meßwerte.

   (b) Ermitteln Sie die Spannweite, den Quartilsabstand, die durchschnittliche Abweichung und die empirische Varianz der Meßreihe.

   (c) Bestimmen Sie die empirische Verteilungsfunktion

2. Eine relative Häufigkeitsverteilung werde durch die folgende Funktion approximiert. Zeichnen Sie qualitativ den Modus, den Median und das arithmetische Mittel der Datenwerte auf der x-Achse ein. Übertragen Sie hierzu die Funktion auf ihr Blatt. (5)



3. Auf dem deutschen Tiefbaumarkt sind 6 Großunternehmen tätig, welche den Markt folgendermaßen unter sich aufgeteilt haben (in %): (11)

Firma	A	B	C	D	E	F
1990	17	20	25	5	13	20
2000	25	23	-	12	16	24

   (a) Bestimmen Sie den Herfindahl-Index für die Jahre 1990 und 2000. Was sagt dies aus?

   (b) Bestimmen Sie den Gini-Koeffizienten für die Jahre 1990 und 2000. Ist dies ein Widerspruch zu Teilaufgabe a)?

   (c) Zeichnen Sie die Lorenz-Kurve für das Jahr 2000.

4. Ein Haushalt hat einen Warenkorb, welcher nur aus den Gütern Brot, Limonade und Gemüse besteht. Die folgende Tabelle zeigt jeweils den Verbrauch des Haushalts und den Preis des Gutes für die Jahre 2000 und 2001. (9)

	1999		2000		2001	
Gut	Preis	Menge	Preis	Menge	Preis	Menge
Brot	1,40	85	1,50	87	1,70	95
Limonade	1,00	420	1,10	520	1,20	480
Gemüse	15	32	10	40	20	20

Berechnen Sie jeweils den Paasche- und den Laspeyres-Index für den Zeitraum 1999-2000 und 1999-2001.

5. Es sei das lineare Modell $Y = X\beta + \epsilon$ gegeben, mit $X \in \mathbb{R}^{n,p}$ und $\beta \in \mathbb{R}^p$. Weiterhin sei der KQ-Schätzer von Y mit $\hat{Y}$ bezeichnet. Zeigen Sie, daß dann folgendes gilt: (6)

$$\hat{Y}^T(Y - \hat{Y}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i(y_i - \hat{y}_i) = 0$$

6. Bei einem physikalischen Versuch wird zwischen der Ausgangsgröße (x) und dem Versuchsausgang (y) ein funktionaler Zusammenhang der Form $f(x, \beta_1, \beta_2) = \ln(\beta_1 + \beta_2 \cdot x)$ unterstellt. Es wurden die folgenden Werte gemessen: (9)

Ausgangsdaten (x)	4	6	8	10	14
Versuchsergebnis (y)	1,5	1,7	1,85	2	2,2

(a) Finden Sie eine linearisierende Transformation.

(b) Berechnen Sie die Regressionskoeffizienten im linearisierten Modell. Wie lautet die Schätzfunktion für das ursprüngliche Modell?

(c) Zeichnen Sie die ursprünglichen Meßwerte und die angepasste Funktion in einen Graphen ein.

7. Man untersucht den Zusammenhang von Verkehrsdichte (in Autos/h) und Durchschnittsgeschwindigkeit (in km/h) auf einem bestimmten Straßenabschnitt. Hierbei nimmt man an, daß das Modell (23)
DURCHSCHNITTSGESCHW. = $\beta_1 + \beta_2 \cdot$ VERKEHRSDICHTE
gilt. Es wurden die folgenden Werte gemessen:

Verkehrsdichte(x)	385	1045	1384	2310	1756	738	358	1496	856	1269
Durchschnittsgeschw.(y)	60	45	30	10	25	55	65	30	50	40

Hinweis:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 11597 \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = 410 \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 380945$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 16829263 \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 19500$$

(a) Stellen Sie das lineare Modell auf (Normalverteilungsannahme).

(b) Berechnen Sie KQ-Schätzer für β_1, β_2 und σ^2.

(c) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß des Modells.

(d) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für β_2 zum Niveau 0,95 und testen Sie auf einem 5%-Niveau die Hypothese $H_0 : \beta_2 \geq -0,02$.

(e) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für die Regressiongerade an der Stelle $x^* = 1000$.

8. Zeigen Sie, daß im Modell der linearen Einfachregression der folgende Zusammenhang gilt: (7)

$$\begin{pmatrix} 1 & x^* \end{pmatrix} (X^T X)^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ x^* \end{pmatrix} = \frac{1}{n} + \frac{(x^* - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$