Prof. Dr. U. Jensen
H. Höfling 16. April 2002

Übungen zu Wirtschaftsstatistik
Sommersemester 2002
Blatt 1

Die Aufgaben (*) werden am 18.4.2002 in der Übung vorgerechnet und sind optional. Die übrigen Aufgaben sind am 25.4.2002 abzugeben.

1. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariable X, falls folgendes gilt:

   (a) $X \sim Poi(\lambda)$, d.h. $P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \quad k \in \mathbb{N}_0$ (3P)

   *(b) $X \sim Bin(n,p)$, d.h. $P(X=k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k} \quad k = 0,1,\ldots,n$

   *(c) $X \sim U(a,b)$, d.h. $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{für} \quad a \leq x \leq b \\ 0 & \text{für} \quad x > b \end{cases}$ wobei $a < b$ gilt

   (d) $X \sim Exp(\lambda)$, d.h. $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \cdot \mathbb{1}_{[0,\infty)}$ (3P)

2. *(a) Es sei $X \sim Bin(n_1, p)$ und $Y \sim Bin(n_2, p)$. X und Y seien unabhängig. Zeigen Sie, dass $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$.

   (b) Es sei $X \sim \mathcal{N}(0,1)$. Bestimmen Sie die Verteilung von X^2. (3P)

3. Eine Fluggesellschaft möchte die Auslastung ihrer Flüge optimieren, indem sie die Flüge überbucht. Es ist bekannt, dass ein Passagier, der einen Flug gebucht hat, die Reise mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,90$ auch tatsächlich antritt. Wie viele Tickets darf die Fluggesellschaft maximal verkaufen, wenn das Flugzeug 200 Sitzplätze aufweist und mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% alle flugwilligen Passagiere befördert werden sollen (Näherugslösung). (5P)

4. In einem Versuch wird das Gewicht von Mäusen untersucht, wobei sich bei 10 Mäusen die folgenden Werte ergeben (Angaben in Gramm):

   29.4 28.6 28.7 29.8 30.4 31.9 24.4 31.7 30.7 31.9

   Das Gewicht der Mäuse folge hierbei einer $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$-Verteilung. Testen Sie die Hypothese $\sigma = 3$ auf einem 90%-Niveau ($\alpha = 10\%$), wenn μ_1 unbekannt ist. (5P)

5. Mäuse der Art aus Aufgabe 4 wurden nun geklont. Man hat das Gewicht von 8 dieser Klonmäuse bestimmt. Hierbei wurden die folgenden Werte ermittelt:

   28.8 30.0 26.1 26.5 30.5 22.7 23.9 33.3

   Man nehme an, dass auch das Gewicht dieser Mäuse einer $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$-Verteilung folgt.

   (a) Testen Sie die Hypothese, dass die Klonmäuse mindestens genauso schwer sind wie die herkömmlichen Mäuse, auf einem 90%-Niveau. Setzen Sie $\sigma = 3$ als bekannt voraus. (5P)

   *(b) Führen Sie den Test für unbekanntes σ durch.