Prof. Dr. U. Jensen
H. Höfling

25. April 2002

Übungen zu Wirtschaftsstatistik

Sommersemester 2002
Blatt 2
Abgabe am 2.5.2002 vor den Übungen

1. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen. Zeigen Sie für die empirische Verteilungsfunktion $\hat{F}_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbb{1}_{\{X_i \leq t\}}$

   (a) $E\left(\hat{F}_n(t)\right) = F(t) \quad \forall t \in \mathbb{R}$ (1P)

   (b) $Cov\left(\hat{F}_n(s), \hat{F}_n(t)\right) = \frac{1}{n} F(s)(1 - F(t)), \quad s < t$ (4P)

   (c) Man hat die Größen von 10 Schülern einer 4. Klasse ermittelt und dabei die folgenden Werte gemessen (Angaben in cm):

   114 128 127 123 115 105 106 124 109 124

   Berechnen Sie die empirische Verteilungsfunktion $\hat{F}_{10}$ und zeichnen Sie den Graphen. Wählen Sie hierzu einen geeigneten Maßstab. (4P)

2. Bei einer Befragung in einem Kaufhaus wurden die Kunden nach ihrem Alter, der Postleitzahl des Wohnortes und einer Benotung des Einkaufserlebnisses gefragt (1=sehr gut; 2=gut; 3=befriedigend; 4=schlecht; 5=sehr schlecht). Bei 8 Kunden ergaben sich die folgenden Werte:

Kunde Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Alter	22	30	37	25	33	60	22	45
Wohnort	89075	89081	89065	89075	89064	89073	89075	97737
Erlebnis	2	4	1	3	2	2	5	3

   (a) Berechnen Sie für die einzelnen Merkmale jeweils den Modus, Median und Mittelwert. (5P)

   (b) Interpretieren Sie die gewonnen Werte. (2P)

   (Hinweis: Unter Excel kann man die Funktionen MODALWERT, MEDIAN und MITTELWERT verwenden.)

3. Es seien die Realisierungen $x_1, \ldots, x_n$ einer Zufallsvariable gegeben. Weiterhin sei die Streuung um a definiert durch $s^2(a) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2$. Zeigen Sie, daß $s^2(a)$ durch das arithmetische Mittel $\overline{x}$ minimiert wird. (4P)

4. Skalenanspruch für Mittelwerte:
   Es sei $\overline{x}(x_1, \ldots, x_n)$ das arithmetische Mittel und $x_{Med}(x_1, \ldots, x_n)$ der Median der Zahlen $x_1, \ldots, x_n$. Zeigen Sie, daß für streng monoton steigende, affin-lineare Funktionen $g(x) = ax + b$ mit $a > 0$ die folgenden Beziehungen gelten:

   (a) $g(\overline{x}(x_1, \ldots, x_n)) = \overline{x}(g(x_1), \ldots, g(x_n))$ (3P)

   (b) $g(x_{Med}(x_1, \ldots, x_n)) = x_{Med}(g(x_1), \ldots, g(x_n))$ (2P)