Prof. Dr. U. Jensen
H. Höfling 2. Mai 2002

Übungen zu Wirtschaftsstatistik

Sommersemester 2002
Blatt 3
Abgabe am 16.5.2002 vor den Übungen

1. Die Personalabteilung einer Fahrzeugfabrik will zusätzliche Arbeitskräfte als 'Springer' einstellen. Sie vertreten erkrankte Arbeitskräfte im Produktionsbetrieb. Um die Anzahl der benötigten Zusatzkräfte festzustellen, wird auf der Basis der letzten 11 Arbeitsmonate die wöchentlichen Fehlzeiten in der Belegschaft festgestellt:

Monat	Fehlzeit[h]	Monat	Fehlzeit[h]
Januar	480	Juli	Betriebsferien
Februar	520	August	360
März	420	September	400
April	440	Oktober	460
Mai	400	November	500
Juni	380	Dezember	520

   (a) Bestimmen Sie die Spannweite. (1)

   (b) Errechnen Sie die durchschnitliche Abweichung auf Basis des Medians. (2)

   (c) Wie groß ist die Varianz und die Standardabweichung? (3)

   (d) In einem Filialbetrieb ergab sich eine durchschnittliche Fehlzeit von 200 Stunden pro Woche bei einer Streuung von 1600 h^2. In welchem Betrieb schätzen Sie die Schwankungen der Fehlzeiten größer ein? (2)

   Hinweis: Sie können die Funktionen MEDIAN, STABW und VARIANZ verwenden.

2. Eine statistische Erhebung wurde mittels q Teilerhebungen durchgeführt. Aus den Daten der Teilerhebungen soll die Streuung der gesamten Stichprobe ermittelt werden. Bestätigen Sie die folgende Formel für die Gesamtvarianz:

$$s_G^2 = \frac{1}{n_G - 1} \sum_{k=1}^{q} (n_k - 1) s_k^2 + \frac{1}{n_G - 1} \sum_{k=1}^{q} n_k \left(\overline{x}_{k\cdot} - \overline{x}_{\cdot\cdot}\right)^2$$

   Hierbei gilt, daß $s_G^2 = \frac{1}{n_G-1} \sum_{k=1}^{q} \sum_{i=1}^{n_i} \left(x_{ki} - \overline{x}_{\cdot\cdot}\right)^2$ und $s_k^2 = \frac{1}{n_k-1} \sum_{i=1}^{n_k} \left(x_{ki} - \overline{x}_{k\cdot}\right)^2$ für $k = 1 \ldots q$. x_{ki} ist hierbei der i-te Wert der k-ten Teilerhebung. (4)

3. In einer Stadt werden die Marktanteile einzelner Supermärkte jeweils 1990 und 2000 bestimmt. Es sind die folgenden Daten gegeben (in %):

Jahr	A-Markt	B-Markt	C-Markt	D-Markt	E-Markt
1990	15	10	25	30	20
2000	20	17	28	35	-

   (a) Berechnen Sie den Konzentrationskoeffizienten $c(q)$ für $q \in \{1, 2, 3\}$. Bestimmen Sie außerdem den Herfindahlindex und den Exponentialindex (jeweils für 1990 und 2000). Was lässt sich über die Veränderung der Konzentration sagen? (6)

   (b) Berechnen Sie nun auch den Gini-Koeffizienten. Was sagt der Gini-Koeffizient über die Veränderung der Konzentration aus? (4)

4. In einer Stadt gibt es 10 größere Industriebetriebe, bei denen die folgenden Umsätze erwirtschaftet wurden:

Betrieb Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Umsatz [Mio Euro]	32	12	25	150	50	45	220	9	180	20

   (a) Berechnen Sie die Stützpunkte der Lorenzkurve und zeichnen Sie den Graphen. (5)

   (b) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten. (2)

5. Es seien die Zahlenpaare $(x_i, y_i)\quad i = 1 \dots n$ gegeben. Weisen Sie nach, daß für die Koeffizienten b_0 und b_1, welche die Summe der quadratischen Abweichungen $\sum_{i=1}^{n}(y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$ minimieren, folgendes gilt: (5)

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \qquad b_0 = \overline{y} - b_1\overline{x}$$

6. Für das Land Baden-Würtemmberg ergaben sich von 1991 bis 1999 die folgenden Daten bezüglich Bruttoinlandsprodukt und privaten Konsumausgaben (jeweils in Preisen von 1995 und Mrd. EUR):

Jahr	Bruttoinlandsprod.	priv. Konsum
1991	254,8	131,9
1992	257,8	136,2
1993	245,6	135,1
1994	249,3	135,6
1995	254,2	137,5
1996	256,7	138,4
1997	260,8	140,9
1998	267,8	144,1
1999	273,9	148,0

   (a) Berechnen Sie den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten. (2)

   (b) Berechnen Sie die Steigung b_1 und den y-Achsenabschnitt b_0 der Regressionsgeraden. (3)

   (c) Zeichnen Sie die Werte und die Regressionsgerade in einen Graphen ein. (2)

   Hinweis: Die Funktionen PEARSON, STEIGUNG und ACHSENABSCHNITT aus EXCEL liefern die gewünschten Werte. Alternativ kann man z.B. ein Rechenschema der folgenden Form verwenden:

i	x_i	y_i	$(x_i - \overline{x})$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(y_i - \overline{y})$	$(y_i - \overline{y})^2$	$(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\sum$							
$\frac{1}{n}\sum$	$\overline{x}$	$\overline{y}$					

Absolute Konzentrationsmaße

Konzentrationskoeffizient: Die Beobachtungswerte x_i seien **absteigend** geordnet und nicht negativ, also $x_1 \geq x_2 \geq \ldots \geq x_n \geq 0$. Außerdem sei $\sum_{i=1}^{n} x_i > 0$. Dann ist

$$c(q) := \frac{\sum\limits_{i=1}^{q} x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i} = \sum_{i=1}^{q} p_i \quad \text{für} \quad q = 1 \ldots n$$

der Anteil der q größten Beobachtungswerte an der Gesamtsumme der Beobachtungswerte. Es gilt $0 = c(0) \leq c(1) \leq \ldots \leq c(n) = 1$.

Herfindahlindex: Die Beobachtungswerte seien alle nicht negativ.
Außerdem sei $\sum_{i=1}^{n} x_i > 0$. Der Herfindahlindex ist definiert als

$$c_H := \sum_{i=1}^{n} p_i^2 \quad \text{wobei} \quad p_i = \frac{x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i} \quad i = 1 \ldots n$$

1. Der Herfindahlindex wird maximal 1, wenn totale Konzentration vorliegt. Ein steigender Indexwert weist auf zunehmende Konzentration hin.
2. Der Herfindahlindex wird minimal $\frac{1}{n}$, wenn alle Beobachtungswerte gleich groß sind.
3. Fasst man zwei positive Beobachtungswerte zusammen, so steigt der Herfindahlindex.

Exponentialindex: Die Beobachtungswerte seien alle nicht negativ.
Außerdem sei $\sum_{i=1}^{n} x_i > 0$. Der Exponentialindex ist definiert als

$$c_E := \prod_{i=1}^{n} p_i^{p_i} \quad \text{wobei} \quad p_i = \frac{x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i} \quad i = 1 \ldots n$$

Die Eigenschaften 1. - 3. des Herfindahlindex treffen auch auf den Exponentialindex zu. Außerdem gilt stets $c_E \leq c_H$.