Prof. Dr. U. Jensen
H. Höfling

23. Mai 2002

Übungen zu Wirtschaftsstatistik

Sommersemester 2002
Blatt 5
Abgabe am 6.6.2002 vor den Übungen

1. Es seien die folgenden Meßwerte (x_i, y_i) gegeben. Es wird ein Zusammenhang der Art $y = \frac{x}{\beta_0 + \beta_1 \cdot x}$ vermutet.

x_i	0,5	1	1,5	2	3	3,5	5	7	9	11
y_i	3	4,1	4,5	4,9	5,5	5,7	5,9	6,1	6,2	6,3

   (a) Finden Sie Transformationen für die x_i und y_i, so daß sich ein linearer Zusammenhang ergibt. (2)

   (b) Bestimmen Sie die Regressionskoeffizienten mittels linearer Regression. (4)

   (c) Tragen Sie die ursprünglichen Meßwerte und die mittels der Regression gefundene Schätzfunktion in einen Graphen ein. (2)

2. Ein Elektrohandelsgeschäft, welches Kühlschränke, Herde und Waschmaschinen verkauft, hat in den Jahren 1999-2001 folgende Umsätze gemacht (Preise in EUR):

Artikel	Menge	Preis	Menge	Preis	Menge	Preis
	1999		2000		2001	
Kühlschrank	287	400	250	420	311	440
Herd	210	800	230	850	270	830
Waschmaschine	143	620	180	580	170	610

   Berechnen Sie die Paasche- und Laspeyres-Preisindices für die Zeiträume (1999-2000), (2000-2001) und (1999-2001). (4)

3. Es sei $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_m)^T$ und $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)^T$ m bzw. n-dimensionale Zufallsvektoren mit $E(X_i^2) < \infty$ für $1 \leq i \leq m$ und $E(Y_i^2) < \infty$ für $1 \leq i \leq n$. Des weiteren sei $A \in \mathbb{R}^{o,m}$, $B \in \mathbb{R}^{p,n}$, $c \in \mathbb{R}^o$ und $d \in \mathbb{R}^p$ gegeben. Weisen Sie nach, daß dann die folgenden Beziehungen gelten:

   (a) $\mathrm{E}(A\mathbf{X} + c) = A\mathrm{E}(\mathbf{X}) + c$ (2)

   (b) $\mathrm{Cov}(A\mathbf{X} + c, B\mathbf{Y} + d) = A\mathrm{Cov}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})B^T$ (3)

4. Es sei die Matrix $X \in \mathbb{R}^{n,2}$ gegeben mit $X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$ und Rang(X)=2.

   (a) Berechnen Sie $X(X^TX)^{-1}X^T$. (4)

   (b) Weisen Sie nach, daß $X(X^TX)^{-1}X^T$ symmetrisch und idempotent ist. (3)

Zur Erinnerung:
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ und
eine Matrix P heißt idempotent, falls sie quadratisch ist und $P^2 = P$ gilt.

5. Eine deutsche Supermarktkette hat den Umsatz ihrer Filialen im Monat März ermittelt (in TEUR). Außerdem wurde noch die Zahl der Kunden (in Tausend) und die zur Verfügung stehende Verkaufsfläche in $1000m^2$ erfasst. Es wird angenommen, daß der Umsatz linear von der Kundenanzahl und der Verkaufsfläche abhängt.

Supermarkt Nr.	Kundenzahl	Verkaufsfläche	Umsatz
1	27,5	0,7	543
2	35,2	1,3	967
3	31,4	1,0	757
4	21,2	0,5	345
5	40,3	1,4	1234
6	29,3	0,85	587
7	30,5	1,2	812
8	37,4	1,4	1148
9	23,4	0,65	413
10	25,8	0,9	619

(a) Formulieren Sie das lineare Modell. Gehen Sie hierbei von den üblichen Annahmen eines normalverteilten linearen Modells aus. (3)

(b) Berechnen Sie die KQ-Schätzer für β_0, β_1 und β_2. (4)

Hinweis: Um Matrixoperationen durchzuführen stehen in EXCEL die Funktionen MTRANS für die transponierte Matrix, MMULT für Matrixmultiplikationen und MINV für die Inverse zur Verfügung. Bei der Verwendung dieser Funktionen ist zu beachten, daß zur Bestätigung der Eingabe die Tastenkombination UMSCHALT+STRG+Eingabe zu verwenden ist und vor Eingabe der Bereich, in dem das Resultat erscheinen soll, zu markieren ist. (Siehe auch in der Online-Hilfe unter „Eingeben einer Matrixformeln.“)