Prof. Dr. U. Jensen
H. Höfling

27. Juni 2002

Übungen zu Wirtschaftsstatistik

Sommersemester 2002
Blatt 9
Abgabe am 4.7.2002 vor den Übungen

1. Man hat erneut eine Studie über den Zusammenhang des Umsatzes (y) in Kaufhäusern in Abhängigkeit der Verkaufsfläche (x_2) und der Kundenzahl(x_3) angestellt. Diesmal ergaben sich die folgenden Werte.

Supermarkt Nr.	Verkaufsfläche	Kundenzahl	Umsatz
1	1,0	30	500
2	1,5	47	780
3	0,5	13	260
4	1,3	40	620
5	0,8	27	490
6	0,3	8	150
7	2,0	70	960
8	1,4	48	750
9	1,2	35	580
10	0,6	18	280

(a) Berechnen Sie KQ-Schätzer für β_1, β_2, β_3 und σ^2. (2)

(b) Berechen Sie den Korrelationskoeffizienten für x_2 und x_3. (1)

(c) Testen Sie die beiden Hypothesen H_0: „Die Verkaufsfläche hat keinen Einfluß auf den Umsatz“und H_0: „Die Kundenzahl hat keinen Einfluß auf den Umsatz“. ($\alpha = 0,05$) (3)

(d) Testen Sie die Hypothese H_0: „Weder Verkaufsfläche noch Kundenzahl haben einen Einfluß auf den Umsatz“. Was besagt das Ergebnis, wenn man es im Kontext von Teilaufgabe b) und c) betrachtet? ($\alpha = 0,05$) (3)

(e) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Umsatz bei $x_2^* = 1,1$ und $x_3^* = 33$. Bestimmen Sie außerdem ein Konfidenzintervall für den Umsatz bei $\tilde{x}_2 = 1,1$ und $\tilde{x}_3 = 20$. Vergleichen Sie die Längen der Konfidenzintervalle. ($\alpha = 0,05$) (4)

Hinweis:

$$(X^TX)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,898095 & -3,392127 & 0,083261 \\ -3,392127 & 26,275904 & -0,727986 \\ 0,083261 & -0,727986 & 0,020488 \end{pmatrix} \quad X^Ty = \begin{pmatrix} 5370 \\ 6877 \\ 222810 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2 = 122239,94 \quad \sum_{i=1}^n y_i^2 = 3471900$$

2. Es wurden die Auswirkungen von Düngemitteln untersucht, wobei insgesamt (k-1) Düngemittel getestet wurden. Es werden k Gruppen gebildet (Gruppe 1 erhält keinen Dünger), wobei zu Gruppe j n_j Felder gehören. Hierbei bedeutet:
Y_{ij}: Ertrag auf dem j-ten Feld, der i-ten Gruppe
ϵ_{ij}: Störterm für j-tes Feld von Gruppe i
Es werden folgende Zusammenhänge vorausgesetzt:
$Y_{1j} = \mu + \epsilon_{1j} \quad j = 1 \ldots n_1$ und
$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij} \quad i = 2 \ldots k \quad j = 1 \ldots n_i$
Hierbei symbolisiert α_i also den Ertragsunterschied von Düngemittel i zum Ertrag ohne Einsatz von Dünger.
Stellen Sie das lineare Modell auf und weisen Sie nach, daß für die KQ-Schätzer folgendes gilt:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} Y_{1j} \quad \text{und} \quad \hat{\alpha}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} - \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} Y_{1j} \quad i = 2 \ldots k$$

Zeigen Sie außerdem, daß folgendes gilt: $\hat{Y}_{ij} = \frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^{n_i} Y_{ij}$ (4)

3. Nun werden mit obigem Modell 3 Düngemittel getestet. Für die Erträge auf den einzelnen Feldern haben sich die foldenden Werte ergeben:

Gruppe	Erträge			
1 (keins)	50	53	42	47
2 (Dünger 1)	60	57	68	65
3 (Dünger 2)	76	82	80	90
4 (Dünger 3)	43	47	38	46

(a) Wie sieht das lineare Modell aus, wenn man die Normalverteilungsannahme unterstellt. (1)

(b) Bestimmen Sie KQ-Schätzer für die Koeffizienten. (2)

(c) Testen Sie die Hypothese H_0: „Die Dünger haben keinen Einfluß auf den Ertrag“. ($\alpha = 0,05$) (3)

(d) Testen Sie jeweils für $j = 1, 2, 3$ die Hypothese H_0: „Der Dünger j hat keinen positiven Einfluß auf den Ertrag“auf einem 5%-Niveau. (4)