U. Jensen/ A. Gandy

SS 2003
Blatt 1
6.5.2003

Punktprozesse – Übungen

(Abgabe: Di, den 13.Mai 2003, vor den Übungen)

1. Für $c, r > 0$ sei T eine Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(t) = 1 - \exp(-ct^r)$, $t \geq 0$. T heißt *Weibull*-verteilt mit Formparameter r und Skalenparameter c.

   Bestimmen Sie die Hazardrate und die kumulierte Hazardrate von T. Welche Verteilung ergibt sich im Spezialfall $r = 1$? (3)

2. Seien $X, X_1, X_2, \ldots \sim F$ i.i.d., und F_n die empirische Verteilungsfunktion von $X_1, \ldots, X_n$, d.h. $F_n(t) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(X_i \leq t)$.

   Zeigen Sie, dass $\forall t \in I\!R$ gilt:

   a) (Erwartungstreue) $\forall n \in I\!N: \quad \mathrm{E} F_n(t) = F(t)$,
   b) (starke Konsistenz) $F_n(t) \to F(t)$ P-f.s.
   c) (asymp. Normalvert.)
   $\sqrt{n}\,(F_n(t) - F(t)) \xrightarrow{d} N(0, F(t)(1 - F(t)) \quad (n \to \infty)$

   (4)

3. Seien X, Y i.i.d. Weibull-verteilt. Bestimmen Sie die Verteilung von $S := \min(X, Y)$ und $T := \max(X, Y)$. (2)

4. Die folgenden Daten stammen aus einer Studie über eine spezielle Chemotherapie bei akuter myelogischer Leukämie. Angeben ist die Zeit in Wochen bis zur Abtötung der Leukämiezellen (Remission). Ein '+' neben der Zahl bedeutet eine rechtszensierte Beobachtung.

   9 13 13+ 18 23 28+ 31 34 45+ 48 161+

   Zeichnen Sie den Kaplan-Meier und den Nelson-Aalen Schätzer. (6)