

Übungen zu Wirtschaftsstatistik

Abgabe: Dienstag, 24.06.2003, vor den Übungen

1. Zeigen Sie, dass sich die Summe der Abweichungen der Daten $x_i, i = 1, \dots, n$ vom arithmetischen Mittel \bar{x}_n zu Null aufsummieren, d.h. es gilt

$$\sum_{i=0}^n (x_i - \bar{x}_n) = 0. \quad (4)$$

2. In einer Stadt gebe es zehn Facharzt-niederlassungen, die sich bezüglich ihres Einkommens in drei Gruppen (kleines, mittleres und grosses Einkommen) einteilen lassen (wobei einfachheitshalber angenommen wird, dass innerhalb einer Gruppe das gleiche Einkommen erzielt wird). Im Jahr 2001 erzielten alle Ärzte zusammen ein Gesamteinkommen von 3 Mio. Euro. Allein 40 Prozent davon entfielen auf die einzige grosse Facharzt-niederlassung, während die fünf kleinen Niederlassungen ein Einkommen von insgesamt 600.000 Euro erzielten.

- (a) Bestimmen Sie die Punkte der Lorenzkurve und zeichnen Sie diese anschliessend. Berechnen Sie ausserdem den Gini-Koeffizienten (normiert und unnormiert).
- (b) Die grösste Facharzt-niederlassung konnte im folgenden Jahr (2002) ihr Einkommen nochmals um 50 Prozent steigern, während der Umsatz der übrigen Niederlassungen stagnierte. Wie ändern sich Lorenzkurve und Gini-Koeffizient?
- (c) Um der grossen Facharzt-niederlassung Paroli zu bieten, schliessen sich Anfang 2003 die 4 mittleren Praxen zu einer Praxisgemeinschaft zusammen. Bestimmen Sie nun wieder die Lorenzkurve und den Gini-Koeffizienten. (14)

3. (a) Zeigen Sie, dass für den χ^2 -Koeffizienten T gilt

$$T = n \sum_{i=1}^{k_1} \sum_{j=1}^{k_2} \frac{(f_{ij} - f_{i.}f_{.j})^2}{f_{i.}f_{.j}}.$$

- (b) Wie ändert sich T bei Verdopplung des Stichprobenumfangs (aber gleichbleibenden relativen Häufigkeiten)? (6)

4. Im folgender Tabelle sind die absoluten Häufigkeiten der Merkmale 'Schulart' und 'Staatsangehörigkeit' von Schülern an weiterführenden Schulen in Bayern gegeben (Quelle: Statistisches Bundesamt 1998):

| Schulart | Staatsangehörigkeit | |
|-------------|---------------------|-------------|
| | deutsch | ausländisch |
| Hauptschule | 173244 | 145917 |
| Realschule | 154255 | 7323 |
| Gymnasium | 290057 | 10043 |

Bestimmen Sie

- die relativen Häufigkeiten von Schulart und Staatsangehörigkeit und die relativen Randhäufigkeiten der beiden Merkmale, sowie
- die bedingten relativen Häufigkeiten der Schulart, gegeben die Staatsangehörigkeit.
- Beschreiben Sie mit Hilfe der berechneten relativen Häufigkeiten, welcher Zusammenhang zwischen den beiden Merkmalen der Tendenz nach besteht, und
- beurteilen Sie diesen Zusammenhang mit einem geeigneten statistischen Mass.

(12)

5. Im Parlament gaben bei einer wichtigen Abstimmung Abgeordnete der Parteien A und B ihre Stimmen wie folgt ab:

| | Ja | Nein | Enthaltung |
|----------|-----|------|------------|
| Partei A | 85 | 78 | 37 |
| Partei B | 118 | 61 | 25 |

- Bestimmen Sie die relativen Randhäufigkeiten.
- Berechnen Sie den Kontingenzkoeffizienten und den korrigierten Kontingenzkoeffizienten.

(6)

6. In einem Experiment zur Wirkung von Alkohol auf die Reaktionszeit wurden 400 Versuchspersonen zufällig in zwei Gruppen aufgeteilt. Eine der beiden Gruppen erhielt eine bestimmte Menge Alkohol. Es ergab sich folgende Kontingenztafel:

| | Reaktion | | |
|--------------|----------|--------|-----------------|
| | gut | mittel | stark verzögert |
| ohne Alkohol | 120 | 60 | 20 |
| mit Alkohol | 60 | 100 | 40 |

- Bestimmen Sie die relativen und absoluten Randhäufigkeiten der Tabelle.
- Bestimmen Sie diejenige bedingte relative Häufigkeit, die sinnvoll interpretierbar ist.
- Bestimmen Sie den χ^2 - und den (korrigierten) Kontingenzkoeffizienten.
- Welche relativen Chancen lassen sich aus dieser Kontingenztafel gewinnen?

(12)

7. Betrachten Sie nochmals das folgende, in der Vorlesung besprochene Beispiel (siehe Skript, Abschnitt 2.4.1). In der Tabelle sind die Weinerträge in Tonnen je 100 m² (Daten y_i) und die Clusterzahl x_i .

| Jahr | Ertrag (y_i) | Clusterzahl (x_i) |
|------|------------------|-----------------------|
| 1971 | 5.6 | 116.37 |
| 1973 | 3.2 | 82.77 |
| 1974 | 4.5 | 110.68 |
| 1975 | 4.2 | 97.50 |
| 1976 | 5.2 | 115.88 |
| 1977 | 2.7 | 80.19 |
| 1978 | 4.8 | 125.24 |
| 1979 | 4.9 | 116.15 |
| 1980 | 4.7 | 117.36 |
| 1981 | 4.1 | 93.31 |
| 1982 | 4.4 | 107.46 |
| 1983 | 5.4 | 122.30 |

Berechnen Sie

- die Stichprobenmittelwerte \bar{x}_{12} und \bar{y}_{12} ,
- den empirischen Korrelationskoeffizienten ρ_{xy} , und
- den empirischen Rang-Korrelationskoeffizienten ρ'_{xy} . Erstellen Sie auch einen Scatterplot der Rangstichproben.

(8)

8. Die folgende Tabelle zeigt die Abschlussnoten in Algebra und Physik von 10 zufällig ausgewählten Studenten:

| | | | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Algebra (X) | 75 | 80 | 93 | 65 | 87 | 71 | 98 | 68 | 84 | 77 |
| Physik (Y) | 82 | 78 | 86 | 72 | 91 | 80 | 95 | 72 | 89 | 74 |

- Stellen Sie die Daten graphisch dar.
- Bestimmen Sie eine Gerade, die sich den Daten anpasst, nach der Methode der kleinsten Quadrate, indem Sie X als unabhängige Variable betrachten.
- Bestimmen Sie eine Gerade, die sich den Daten anpasst, nach der Methode der kleinsten Quadrate, indem Sie Y als unabhängige Variable betrachten.
- Wenn ein Student 75 Punkte in Algebra erhält, wie hoch ist dann seine erwartete Punktzahl in Physik?
- Wenn ein Student 95 Punkte in Physik erhält, wie hoch ist dann seine erwartete Punktzahl in Algebra?

(14)