Prof. Dr. V. Schmidt
A. Narr

SS 2004
Blatt 6
25.6.2004

Übungen zu Wirtschaftsstatistik

(Abgabe: Freitag, 9.7.2004, vor den Übungen)

1. In einer Studie zur Untersuchung von Herzkreislauferkrankungen wurde bei 6 Männern der BMI (Gewicht in kg/ quadrierte Körpergröße in m) und der (systolische) Blutdruck ermittelt. Bezeichne X den BMI und Y den Blutdruck, wobei die gemessenen Werte folgender Tabelle zu entnehmen sind:

i	1	2	3	4	5	6
x_i	26	23	27	28	24	25
y_i	170	150	160	175	155	150

Nehmen Sie an, daß sich der Zusammenhang zwischen X und Y beschreiben läßt als

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad 1 \leq i \leq 6,$$

wobei $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_6$ unabhängige und identisch normalverteilte Zufallsgrößen mit $E(\varepsilon_i) = 0$ und $\operatorname{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 > 0$ für $i = 1, \ldots, 6$ sind.

a) Bestimmen Sie die Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für α, β und σ^2.

b) Führen Sie jeweils einen Test für die Hypothesen

$$H_0 : \alpha = 43 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \alpha \neq 43,$$

und

$$H_0 : \beta = 0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \beta \neq 0$$

zum Niveau $1 - \gamma = 0.05$ durch. Interpretieren Sie die Testergebnisse.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe der geschätzten Kleinst-Quadrate-Regressionsgerade aus Teil a) einen Schätzwert für den Blutdruck eines Mannes mit einem BMI von 21.

d) Bestimmen Sie ein 98%-Konfidenzintervall für den erwarteten Blutdruck von Männern mit einem BMI von 21.

e) Bestimmen Sie ein 95%- und ein 98%-Prognoseintervall eines Mannes mit einem BMI von 21.

2. Die folgende Tabelle enthält Daten über die Anzahl von Stunden, die 8 Studenten eines Kurses außerhalb der Vorlesungsstunden in einem Zeitraum von 3 Wochen zum Lernen aufgewendet haben sowie die Punktzahlen, die sie bei der darauffolgenden Prüfung erzielten.

Student	1	2	3	4	5	6	7	8
Lernzeit in Std. (X)	20	16	34	23	27	32	18	22
erzielte Punktzahl (Y)	64	61	84	70	88	92	72	77

Zugrundegelegt sei das stochastische Modell der einfachen linearen Regression mit Normalverteilungsannahme.

a) Bestimmen Sie die Kleinst-Quadrate-Regressionsgerade für die angegebenen Daten. Tragen Sie diese zusammen mit den Daten in ein Streudiagramm ein.

b) Testen Sie auf dem Signifikanzniveau von 0.01 die Nullhypothese, daß die Steigung der Regressionsgerade Null ist und interpretieren Sie das Ergebnis.

c) Schätzen Sie mit Hilfe der Regressionsgerade aus Aufgabenteil a) das Prüfungsergebnis eines Studenten, der sich 30 Stunden mit dem Kursmaterial beschäftigt hat.

d) Bestimmen Sie ein 90%-Konfidenzintervall für die erwartete Punktzahl von Studenten, die 30 Stunden gelernt haben.

e) Bestimmen Sie ein 90%-Prognoseintervall für die Punktzahl eines Studenten, der 30 Stunden gelernt hat.

3. Die folgende Tabelle gibt das Jahreseinkommen X (in 10Tsd. EUR) und den Kartoffelverbrauch Y (in kg) von zehn zufällig ausgewählten Haushalten wieder:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	8.5	7.8	7.5	6.2	6.5	6.0	5.6	4.6	4.0	3.3
y_i	18	20	20	25	29	31	33	37	43	44

Erneut sei das stochastische Modell der einfachen linearen Regressionasanalyse mit Normalverteilungsannahme zugrundegelegt, wobei die Regressionskonstante (wie bisher) mit α bezeichnet sei.

a) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \alpha \leq 55$ vs. $H_1 : \alpha > 55$ zum Niveau 0.05.

b) Bestimmen Sie jeweils ein 95%-Konfidenzintervall für die Parameter α und β.

c) Geben Sie ein 95%-Konfidenzintervall für den erwarteten Zielwert $\alpha + \beta x_0$ mit $x_0 =$ 6.0 an.

d) Bestimmen Sie ein Konfidenzband für die Regressionsgerade $y = \alpha + \beta x$ zum Niveau 0.95.