

Universität Ulm
Fakultät für Mathematik und
Wirtschaftswissenschaften

Bayessche Objekterkennung

Seminararbeit

im Seminar „Bayessche Ansätze in der Bildanalyse“

vorgelegt von
Heike Maria Schnell
am 26.06.2006

Betreuerin

Ursula Pantle

1 Einführung

Die Bayessche Bildanalyse beinhaltet oft die Berechnung von Punktschätzern für den Schwarz-Weiß-Wert eines jeden Pixels (in der Bildrekonstruktion) oder für die Anzahl der Objekte zusammen mit ihrem Umriß und ihrer Art (in der Objekterkennung und -identifikation). Um so einen Schätzer zu finden, muß zunächst eine geeignete Verlustfunktion gewählt werden. Baddeley schlägt als solche die sog. Delta Metrik vor, die im ersten Kapitel näher erläutert wird. Im zweiten Kapitel wird auf die Bayessche Objekterkennung unter Verwendung der von Baddeley vorgeschlagenen Verlustfunktion eingegangen. Verglichen mit herkömmlichen Schätzern, wie z.B. dem Marginal-Posterior-Mode-Schätzer (MPM-Schätzer), werden mit dem neuen Schätzer meist bessere Ergebnisse in der Bildanalyse erzielt, was anhand einiger Beispiele in beiden Kapiteln verdeutlicht wird.

Literatur

- A. Frigessi, H. Rue: Bayesian Image Classification with Baddeley's Delta Loss
H. Rue, A. R. Syversveen: Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss

2 Bayessche Bildrekonstruktion mit „Baddeleys Delta Loss“

2.1 Einleitung

In der Bildanalyse kommt es häufig zum Vergleich zweier Bilder, wofür Abstandsmetriken benötigt werden. Betrachtet man z.B. in der Bildrekonstruktion (bei bekanntem Originalbild) mehrere Schätzungen für ein Bild, so ist die Schätzung am besten, die die wenigsten Unterschiede zum Originalbild aufweist. In diesem Kapitel wird nun eine „neue“ Methode vorgestellt, die auf der von Baddeley (1992) vorgeschlagenen Verlustfunktion, der sog. Delta Metrik, basiert und sich für Binärbilder eignet.

Ausgangspunkt ist ein Originalbild, das gestört wird, um es anschließend durch eine Approximation zu rekonstruieren. Danach werden Originalbild und Näherung miteinander verglichen. Auf ähnliche Weise erfolgt ein Vergleich zwischen dieser Näherung mit einer zweiten, die durch einen anderen Algorithmus entstanden ist.

Sei $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ der Zufallsvektor, der das ursprüngliche Bild repräsentiert und $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ das beobachtete Bild. X sei gemäß eines a-priori Maßes $P(x)$ verteilt und $\pi(x) = P(X = x | Y = y) \propto P(x)P(y | x)$ sei die a-posteriori Verteilung. Um nun den optimalen Bayes Schätzer (OBE) x^* zu berechnen, wird eine Verlustfunktion $l(x, \hat{x})$ gewählt und der erwartete a-posteriori Verlust $\mathbb{E}_\pi[l(X, \hat{x})]$ bzgl. \hat{x} minimiert. Man erhält also

$$x^* = \arg \min_{\hat{x}} \mathbb{E}_\pi[l(X, \hat{x})]$$

In der Praxis kommen bisher nur wenige verschiedene Verlustfunktionen zum Einsatz, darunter z.B. der mittlere quadratische Abstand

$$l(x, \hat{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} (x_i - \hat{x}_i)^2, \quad (1)$$

der zum MPM-Schätzer führt.

2.2 Baddeleys Delta Metrik

Betrachte ein endliches Gitter Λ , das mit einer Metrik ρ versehen ist. Diese Metrik kann beispielsweise die Länge des kürzesten Wegs oder der euklidische Abstand zwischen zwei Knoten sein. Es wird o.B.d.A. angenommen, dass der kürzeste Weg

auf 1 normiert ist. Betrachte nun die Menge aller möglichen Binärbilder in Λ ,

$$\Omega = \{x : x_i \in \{-1, +1\}, i = 1, 2, \dots, n\},$$

und definiere für jedes $x \in \Omega$ die zugehörige Menge der schwarzen Pixel

$$B(x) = \{i \in \Lambda : x_i = +1\}.$$

Der Abstand des Pixels j von einer Menge $A \subseteq \Lambda$ ist definiert als

$$d(j, A) = \min_{a \in A} \rho(j, a)$$

mit $d(j, \emptyset) := \infty$. Baddeley definiert zwei Bilder als ähnlich, falls der L_p -Durchschnitt der Differenzen der Abstände zum jeweiligen nächsten schwarzen Pixel möglichst klein ist. Sei

$$\Delta^p(x, y) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} | (d(i, B(x))) - (d(i, B(y))) |^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad 1 \leq p \leq \infty,$$

dann ist Δ^p eine Metrik bezüglich der Binärbilder x und y . Da die Änderung in Δ^p für kleine Änderungen in x oder y nicht beschränkt ist, ist diese Metrik zur praktischen Verwendung zu instabil. Daher definiert Baddeley die sog. Delta Metrik Δ_ω^p als

$$\Delta_\omega^p(x, y) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} | \omega(d(i, B(x))) - \omega(d(i, B(y))) |^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad 1 \leq p \leq \infty,$$

wobei $\omega : [0, \infty] \rightarrow [0, \infty)$ eine streng monoton wachsende, konkave Gewichtsfunktion mit $\omega(0) = 0$ ist. Es wird angenommen, dass ein Wert t_c existiert, so dass $\omega(t) = c$ für alle $t \geq t_c$. Zur Vereinfachung wähle

$$\omega(t) = \min\{t, c\}$$

und verwende in diesem Fall die Notation Δ_c^p .

Für $c=1, p = 2m, m \in \mathbb{N}$ gilt:

$$(\Delta_1^p(x, y))^p = \frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} | \mathbb{1}_{\{x_i \neq +1\}} - \mathbb{1}_{\{y_i \neq +1\}} |^p = \frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} \mathbb{1}_{\{x_i \neq y_i\}},$$

was der Fehlklassifikation bzgl. der in (1) gegebenen Verlustfunktion entspricht. Das bedeutet also, dass der MPM-Schätzer ein Spezialfall ist.

Für größere Werte c weicht die Verlustfunktion immer mehr vom mittleren quadra-

tischen Abstand ab. Zur Vereinfachung betrachte $\Lambda = \mathbb{Z}$, $p = 2$ und $c = 2$. Dann ist

$$\min\{d(i, B(x)), c\} = \mathbb{1}_{\{x_i \neq +1\}} + \mathbb{1}_{\{x_i \neq +1\}} * \mathbb{1}_{\{x_{i+1} \neq +1\}} * \mathbb{1}_{\{x_{i-1} \neq +1\}}$$

so dass

$$|\min\{d(i, B(x)), c\} - \min\{d(i, B(y)), c\}|^2 = \mathbb{1}_{\{x_i \neq y_i\}} + Rest.$$

$(\Delta_2^2(x, y))^2$ kann also in die Fehlklassifikation und die Anhäufung der Abweichungen aufgeteilt werden.

2.3 OBE bzgl. der Delta Metrik

Dieser Abschnitt beschreibt einen Algorithmus, mit dem der OBE unter Verwendung der Delta Metrik als Verlustfunktion berechnet werden kann. Dazu muss für festes p und $c \geq 0$ der erwartete a-posteriori Verlust

$$\mathbb{E}_\pi[(\Delta_c^p(X, \hat{x}))^p]$$

bzgl. $\hat{x} \in \Omega$ minimiert werden. Zur Vereinfachung wird zunächst einmal $p = 2$ betrachtet, was zu der Darstellung

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\pi[(\Delta_c^2(X, \hat{x}))^2] &= \mathbb{E}_\pi\left[\frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} (\min\{d(i, B(X)), c\} - \min\{d(i, B(\hat{x})), c\})^2\right] \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} \mathbb{E}_\pi\left[\min^2\{d(i, B(X)), c\} + \min^2\{d(i, B(\hat{x})), c\} \right. \\ &\quad \left. - 2 \min\{d(i, B(X)), c\} \min\{d(i, B(\hat{x})), c\}\right] \end{aligned}$$

führt. Ohne den konstanten Teil ist daher zu minimieren

$$L(\hat{x}) = \sum_{i \in \Lambda} \left(\min^2\{d(i, B(\hat{x})), c\} - 2 \min\{d(i, B(\hat{x})), c\} \mathbb{E}_\pi[\min\{d(i, B(X)), c\}] \right).$$

Dies ist aus zwei Gründen problematisch:

- (i) $\mathbb{E}_\pi[\min\{d(i, B(X)), c\}]$, d.h. der durchschnittliche a-posteriori Abstand des Pixels i zum nächsten schwarzen Punkt, muss berechnet bzw. geschätzt werden
- (ii) und es muss anschließend das globale Minimum von $L(\hat{x})$ gefunden werden.

Sei

$$\mu_i := \mathbb{E}_\pi[\min\{d(i, B(X)), c\}].$$

μ_i exakt zu berechnen ist im Allgemeinen nicht möglich, vorallem dann nicht, wenn die a-posteriori Verteilung kompliziert ist. Daher benutzt man MCMC-Methoden,

um approximierte Werte für alle μ_i , $i \in \Omega$ zu erhalten. Dazu wird eine Markov-Kette $\{X_n\}$ mit Zustandsraum Ω und Grenzverteilung π konstruiert. Ein empirischer Schätzer für μ_i ist dann

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{N} \sum_{n=N_0}^{N_0+N} \min\{d(i, B(X_n)), c\}, \quad i \in \Lambda, N_0, N \in \mathbb{N}.$$

Sind N_0 und N groß genug, ist $\hat{\mu}_i$ eine gute Näherung für μ_i .

Das Minimierungsproblem (ii) kann nun mittels Simulated Annealing gelöst werden. Wähle ein Anfangsbild \hat{x}_0 und führe einen Metropolis Algorithmus mit abnehmender Temperatur $T_n = T_0 / \log(n+1)$ aus. Wenn $B(\hat{x}_n)$ die Menge der schwarzen Pixel in der Iteration n ist, wähle ein Pixel i und schlage die Menge $B(\hat{x}_n^{(i)})$ vor, die mit $B(\hat{x}_n)$ außer in Pixel i übereinstimmt, und akzeptiere diesen Schritt mit Wahrscheinlichkeit

$$\min\{1, \exp\left(\frac{1}{T_n}(L(\hat{x}_n) - L(\hat{x}_n^{(i)}))\right)\}.$$

Wurden beide Schritte lange genug ausgeführt, um die jeweiligen Konvergenzen zu sichern, erhält man das Binärbild \hat{x}^* , das eine gute Näherung für x^* darstellt.

Für höhere Werte von p funktioniert der Algorithmus auf analoge Weise, benötigt allerdings mehr Zeit, um zu konvergieren. Dies liegt hauptsächlich daran, dass höhere a-posteriori Momente von $\min\{d(i, B(X)), c\}$ geschätzt werden müssen und $L(\hat{x})$ eine kompliziertere Gestalt hat.

Zusammenfassend betrachtet besteht der Algorithmus aus zwei Schritten. Zum einen aus einem MCMC-Algorithmus zur Schätzung der μ_i 's und zum anderen aus der numerischen Minimierung von $L(\hat{x})$ mittels Simulated Annealing. Verglichen mit anderen Methoden zur Berechnung der herkömmlichen OBEs, ist der hier betrachtete Algorithmus aufgrund der zusätzlichen numerischen Minimierung langsamer. Daher wird im nächsten Abschnitt ein etwas veränderter Algorithmus vorgestellt, mit dem viele Pixel in kurzer Zeit klassifiziert werden können und die numerische Minimierung nur für die verbleibenden Pixel durchgeführt werden muss.

2.4 Hinreichende lokale Bedingungen zur Charakterisierung des OBEs

Ziel ist es nun, einige lokale Bedingungen an die a-posteriori Momente μ_i , $i \in \Lambda$ zu erläutern, die den Wert der Pixel des OBEs \hat{x}^* festlegen und schnell geprüft werden können. Es wird im Folgenden davon ausgegangen, dass der MCMC-Algorithmus ausgeführt wurde und zuverlässige Schätzungen der Momente μ_i gelie-

fert hat. Zunächst sei $c = 1$, d.h. es wird die Fehlklassifikation betrachtet, die zum MPM-Schätzer führt. Betrachte für jedes Pixel i die Summanden von $L(\hat{x})$. Für $i \in B(x^*)$ gilt

$$\min^2\{d(i, B(x^*)), 1\} - 2 \min\{d(i, B(x^*)), 1\}\mu_i = 0$$

während für $i \notin B(x^*)$ dagegen

$$\min^2\{d(i, B(x^*)), 1\} - 2 \min\{d(i, B(x^*)), 1\}\mu_i = 1 - 2\mu_i$$

gilt. Da es sich bei $L(\hat{x})$ um eine endliche Summe handelt, können die einzelnen Summanden minimiert werden. Zur Entscheidung über die Farbe von Pixel i überprüfe daher

$$\begin{aligned} \mu_i > \frac{1}{2} &\Rightarrow x_i^* = -1 \\ \mu_i < \frac{1}{2} &\Rightarrow x_i^* = +1 \end{aligned}$$

In diesem Beispiel kann man sehen, was „lokal“ bedeutet: um über x_i^* zu entscheiden, wird nur das Moment μ_i betrachtet. Bei höheren Werten von c werden zusätzlich noch einige μ_j für j in der lokalen Nachbarschaft von i zur Entscheidung über x_i^* herangezogen.

Es sei für alle $i \in \Lambda$ durch

$$\partial(i) = \{j \in \Lambda : \rho(i, j) < c\}.$$

die Nachbarschaft von i bzgl. ρ und c definiert. Desweiteren definiere für alle $i, j \in \Lambda$

$$r(i, j) = \min_{k \in \Lambda} \{\rho(i, k) : \rho(i, k) > \rho(i, j)\}.$$

(Falls Λ eine endliche Teilmenge von \mathbb{Z}^2 und ρ die kürzeste Weg Metrik ist, dann ist $r(i, j) = \rho(i, j) + 1$) Dies führt nun zu den Bedingungen, mit denen über \hat{x}^* lokal entschieden werden kann. Hier werden allerdings nur Bedingungen für $p = 2$ betrachtet.

Theorem 1. *Sei $x^* \in \Omega$ OBE, der $L(\hat{x})$ minimiert. Für alle $i \in \Lambda$ gilt:*

1. falls $\mu_j \leq \frac{1}{2}(\rho(i, j) + \min\{c, r(i, j)\})$ für alle $j \in \partial(i)$
 $\Rightarrow x_i^* = +1$
2. falls $\mu_j \geq \frac{1}{2}(\rho(i, j) + c)$ für alle $j \in \partial(i)$
 $\Rightarrow x_i^* = -1$

Beispiel 1. $c = 2$, $\Lambda \subset \mathbb{Z}$, $\rho(i, j) = |i - j|$. Die lokalen Bedingungen sind dann:

1. wenn $\mu_i \leq \frac{1}{2}, \mu_{i+1} \leq \frac{3}{2}, \mu_{i-1} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow x_i^* = +1$
2. wenn $\mu_i \geq 1, \mu_{i+1} \geq \frac{3}{2}, \mu_{i-1} \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x_i^* = -1$

Die Bedingungen in Theorem 1 sind hinreichend für die Entscheidung über die Farbe des Pixels i im OBE, aber nicht notwendig, d.h. sie sind für einige Pixel i nicht zutreffend. Für diese Pixel ist dann keine Aussage über x_i^* möglich, was dazu führt, dass ein Simulated Annealing Algorithmus auf diesem dezimiertem Gitter durchgeführt werden muss. Sei N die Zufallsvariable, die die Anzahl der unentschiedenen Pixel beschreibt. Dann kann man zeigen, dass $\mathbb{E}(N) \sim cn$. Dies bedeutet, dass bei wachsendem c immer mehr Pixel unentschieden bleiben (für $c = 1$ sind alle Pixel entschieden).

2.5 Beispiele

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass der OBE bzgl. Baddeleys Delta Metrik bessere Ergebnisse als der klassische MPM-Schätzer liefert.

Es werden Binärbilder auf einem quadratischen 32×32 Gitter betrachtet. Als a-priori Verteilung für X wird das Ising-Modell mit inverser Temperatur $\beta > 0$ herangezogen. Die Wahrscheinlichkeit $P(Y | x)$ sei eine pixelweise unabhängige Gaußverteilung. Dies führt zu der a-posteriori Verteilung:

$$\pi(x) \propto \exp\left(\beta \sum_{i \sim j} x_i x_j - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i \in \Lambda} (y_i - x_i)^2\right)$$

Im ersten Schritt wurde ein Markov-Kette mit Grenzverteilung π konstruiert (mit 5000 Iterationen nach dem „burn-in“-Wert $N_0 = 500$), um die Momente μ_i mit 500 Realisationen zu schätzen. Danach wurden die lokalen Bedingungen geprüft und ein Simulated Annealing Algorithmus auf die unentschiedenen Pixel angewandt. Die abnehmende Temperatur war gegeben durch $T_t = (1 - 0.01)^t$ mit Endwert $T = 0.01$. Der MPM-Schätzer war die erste Konfiguration.

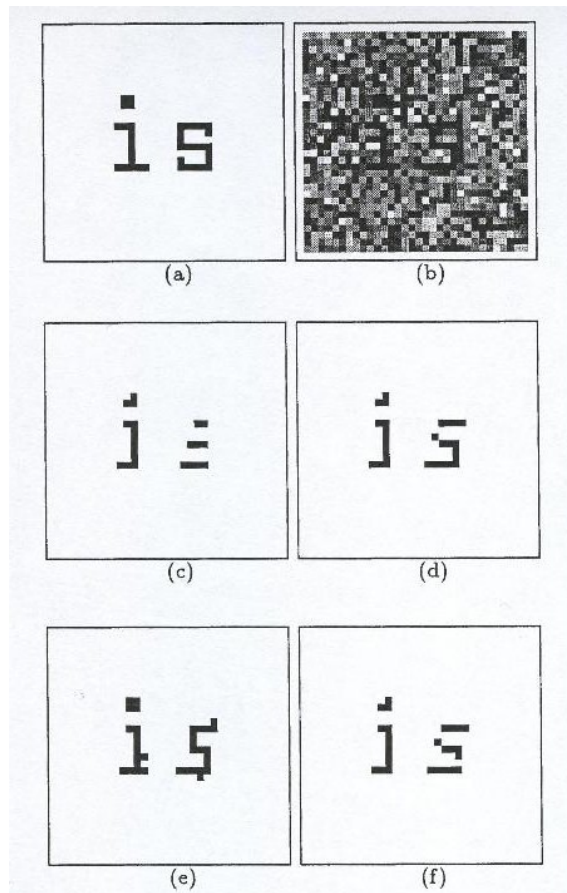


Abbildung 1:

Quelle: A. Frigessi, H. Rue:

Bayesian Image Classification with Baddeley's Delta Loss

- (a) ursprüngliches Bild
- (b) mit Gaußischem Rauschen ($\sigma = 0.5$) erzeugtes Bild
- (c) MPM Klassifizierung ($c = 1$)
- (d) Klassifizierung mit Baddeleys Delta Verlustfunktion, $p = 2$
Metrik: kürzester Abstand, $c = 3$
- (e) $c = 4$
- (f) $c = 3$, MCMC und Simulated Annealing Algorithmus kürzer gelaufen

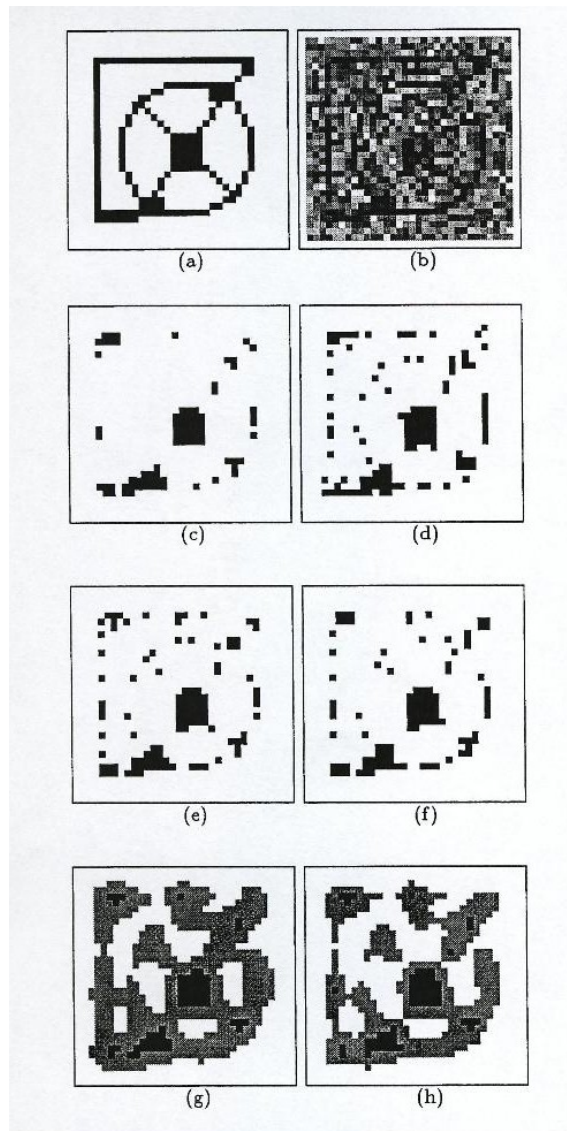


Abbildung 2:

Quelle: A. Frigessi, H. Rue:

Bayesian Image Classification with Baddeley's Delta Loss

- (a) ursprüngliches Bild
- (b) mit Gaußischem Rauschen ($\sigma = 0.7$) erzeugtes Bild
- (c) MPM Klassifizierung ($c = 1$)
- (d) Klassifizierung mit Baddeleys Delta Verlustfunktion, $p = 2$, Metrik: kürzester Abstand, $c = 5$
- (e) euklidische Metrik, $c = \sqrt{5}$
- (f) Metrik: kürzester Abstand, $c = \sqrt{5}$
- (g) Ergebnis nach Überprüfung der ausreichenden Bedingungen für die Schätzung in (e). Graue Pixel: unentschiedene Seiten (48%) \Rightarrow Simulated Annealing Algorithmus
- (h) Schätzung (f) (unentschiedene Seiten 36%)

3 Bayessche Objekterkennung mit „Baddeleys Delta Loss“

3.1 Einleitung

Die Bayessche Objekterkennung behandelt das Problem, wie man die Anzahl der Objekte und ihre Positionen in einer nicht-idealen Umgebung schätzt. Die Schwierigkeit ändert sich je nachdem, wie sehr sich die Objekte in ihrer Größe und Form unterscheiden, wieviele unterschiedliche Objekttypen vorhanden sind und ob sich Objekte überschneiden dürfen. Ein einfaches Beispiel ist Identifikation fast runder Zellen in Bildern der konfokalen Mikroskopie. Etwas komplexer dagegen ist die Schätzung der Position, Orientierung und Form von Mitochondrien und Membranen von Herzmuskelzellen in Bildern der Elektronenmikroskopie.

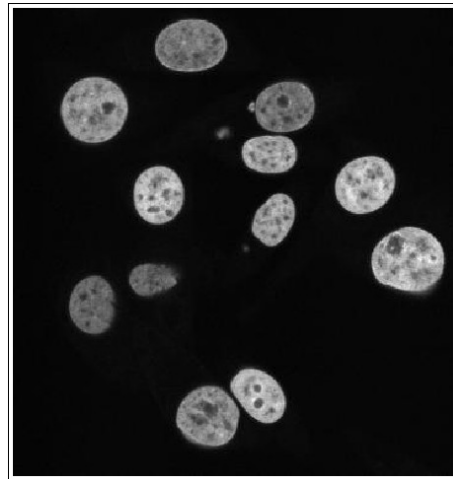


Abbildung 3: typisches Bild von Zellen aus der konfokalen Mikroskopie
(Quelle: H. Rue, A. R. Syversveen:
Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss)

Für einzelne Objekte werden sog. Template-Modelle verwendet. Ein Template ist eine geschlossene Kurve, typischer Weise ein Polygon, das die Kontur eines Objektes beschreibt. Aus diesem idealen oder typischen Umriß wird dann das Objekt durch Veränderungen der Länge und Orientierung geformt. Template-Modelle können auch verwendet werden, wenn die Anzahl der Objekte a-priori nicht bekannt ist. Ansatz hierfür sind markierte Punktprozesse (mpp), bei denen die Position von jedem Objekt durch einen Punkt, die Form durch eine Markierung beschrieben wird. Ein einfaches Beispiel ist die Verwendung eines Poisson Prozesses und die Beschreibung der Interaktion zwischen Objekten durch die Interaktionsfunktion

$$g(x_i, x_j) = \begin{cases} 0, & \text{wenn sich } x_i \text{ und } x_j \text{ überlappen} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

die keine Überlappung von Objekten zuläßt.

3.2 Markierter Punktprozess (mpp) Modell

In diesem Abschnitt wird das mpp-Modell beschrieben, das vorgeschlagen wird, um Zellen in Bildern der konfokalen Mikroskopie zu lokalisieren. Dabei wird von Zellen bzw. Objekten ähnlich derer, wie sie in 3.1 abgebildet sind, ausgegangen. Zunächst wird auf das Modell für ein einzelnes Objekt eingegangen und anschließend auf die Integration in ein mpp-Modell und gezeigt, wie mit einer unbekanntem Anzahl von Objekten mit unterschiedlicher Größe, Form und Position umgegangen wird.

Um das a-priori Modell für ein einzelnes Objekt zu beschreiben, wählt man den Ursprung als Mittelpunkt des Objektes. Als eine erste Näherung wird davon ausgegangen, dass das Objekt fast rund ist mit stochastischem Radius $r > 0$, wobei $r \sim N(\mu_r, \sigma_r^2)$ gelte. Der Kreis wird nun in n_z Sektoren unterteilt, um lokale Abweichungen zu erlauben. Der Zufallsvektor $z = (z_1, \dots, z_{n_z})$ beschreibt die Abweichungen von dem angenommenen Kreis entlang einer Linie mit Winkel $2\pi(i-1)/n_z$ und besitzt die Verteilung

$$z \mid r \sim N(\mathbf{0}, \sigma_z^2 r^2 \Sigma).$$

Als Σ wird eine Band-Matrix mit $(\Sigma)_{1j} = \rho_z(\min(j-1, n_z-j+1)/n_z)$, $j = 1, \dots, n_z$ gewählt, wobei ρ_z eine exponentiell abnehmende Korrelationsfunktion darstellt. Die Dichte eines Objektes sei gegeben durch $\nu(z, r) = \nu(z \mid r)\nu(r)$.

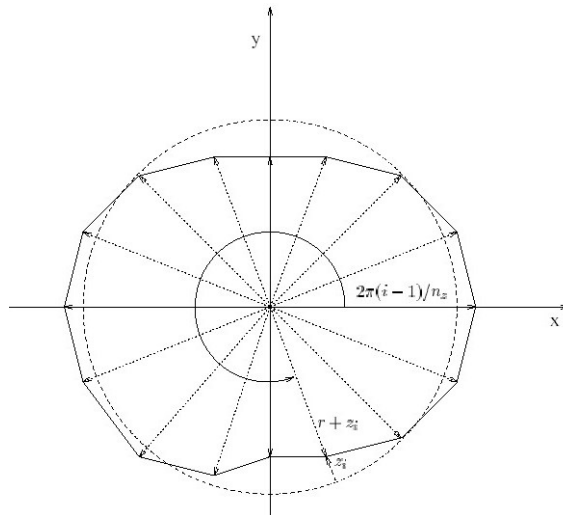


Abbildung 4: Schema des Modells für ein Objekt z modelliert die lokale Variabilität vom Kreis, wobei z_i die Abweichung vom Kreis entlang der Linie mit Winkel $2\pi(i-1)/n_z$ darstellt

(Quelle: H. Rue, A. R. Syversveen:

Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss)

Als nächstes erfolgt die Einbettung des Modells für ein Objekt in das mpp-Modell. Dazu sei $S \subset \mathbb{R}^2$ endlich, $M = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^{n_z}$ und $U = S \times M$. Jedes Objekt besitzt

sowohl eine Position $s = (s_x, s_y) \in S$ als auch eine Größe und Form $m = (r, z) \in M$. Eine Objektkonfiguration ist eine endliche, ungeordnete Menge $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ bestehend aus Objekten $x_i = (s_i, m_i) \in U$. Sei Ω die Menge aller Konfigurationen.

3.3 Simulation im Modell

Mit Hilfe von MCMC-Methoden können nun ausgehend von dem beschriebenen Modell, Objekte erkannt werden. Verwendet wird hier ein Metropolis-Algorithmus. Sei $X_n = x$ der aktuelle Zustand der Markov-Kette $\{X_n\}$. Es wird die Bewegung der Art j zu Zustand x' mit Wkt. $q_j(x, x')$ vorgeschlagen und mit Wahrscheinlichkeit

$$\alpha_j(x, x') = \min \left\{ 1, \frac{p_\Delta(x')q_j(x', x)}{p_\Delta(x)q_j(x, x')} \right\}$$

akzeptiert. Um den OBE-Schätzer basierend auf der im ersten Teil vorgestellten Delta Metrik zu erhalten, sei

$$\begin{aligned} h(\hat{x}) &= \alpha \exp(-\mathbb{E}_\pi[\Delta_c^p]) \\ &= \alpha' \exp \left(-\frac{1}{n} \sum_{i \in \Lambda} (\min^2\{d(i, B(\hat{x})), c\} - 2 \min\{d(i, B(\hat{x})), c\} \hat{\mu}_i) \right) \end{aligned}$$

die Dichte der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p_\Delta(\hat{x})$, die durch die $\hat{\mu}_i$ s viele Informationen über die a-posteriori Verteilung enthält.

Für das mpp-Modell werden folgende Bewegungsarten verwendet: Verschieben und Skalieren des Objekts, Verändern von r_i und Teilen von z_i , Erstellen eines neuen Objekts, Entfernen eines Objekts, Verbinden und Trennen von Objekten.

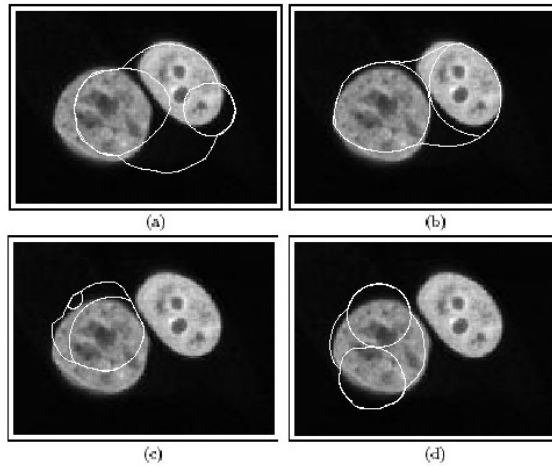


Abbildung 5: Verschiedene Bewegungsarten beim MCMC Algorithmus
 (Quelle: H. Rue, A. R. Syversveen:
Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss)

- (a),(b) 2 deplazierte Objekte verbinden und trennen sich
- (c) Aufteilung eines Objekts in 2 Objekte
- (d) Verbinden zweier Objekte

3.4 Beispiele

Im Folgenden werden Simulations-Experimente mit dem mpp-Modell gezeigt und Vergleiche zwischen der Objekterkennung mit dem Delta-Schätzer und dem MAP-Schätzer vorgenommen.

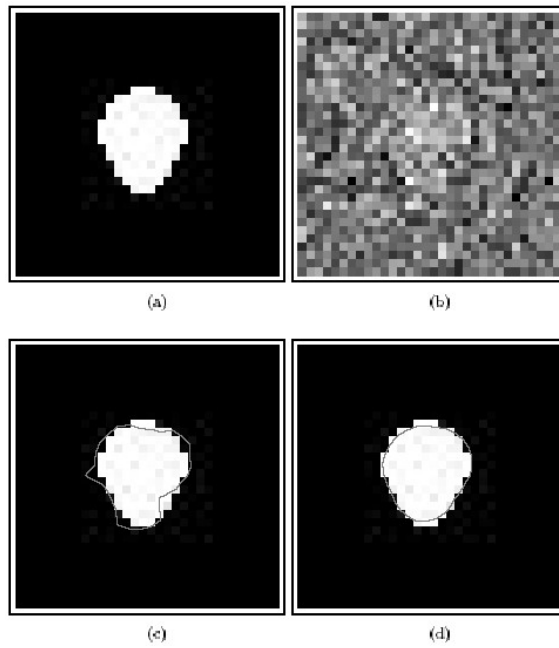


Abbildung 6: einzelnes Objekt
(Quelle: H. Rue, A. R. Syversveen:
Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss)

- (a) ursprüngliches Bild
- (b) mit Gaußischem Rauschen gestört
- (c) MAP-Schätzer
- (d) Delta-Schätzer

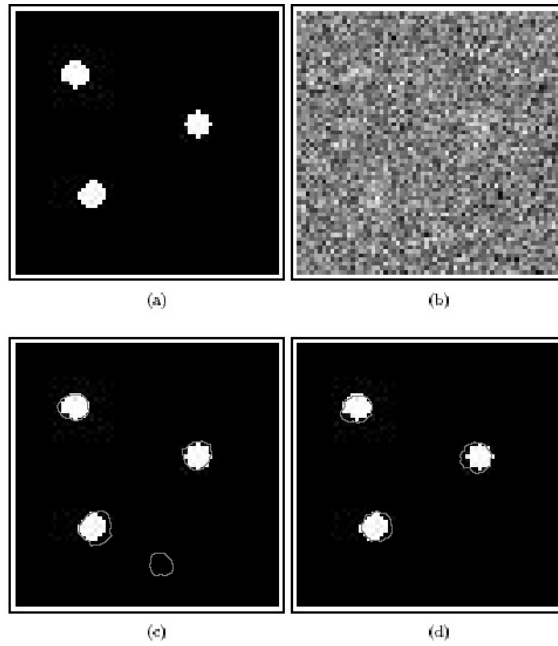


Abbildung 7: unbekannte Anzahl von Objekten
 (Quelle: H. Rue, A. R. Syversveen:
Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss)

- (a) ursprüngliches Bild
- (b) mit Gaußschem Rauschen gestört
- (c) MAP-Schätzer
- (d) Delta-Schätzer

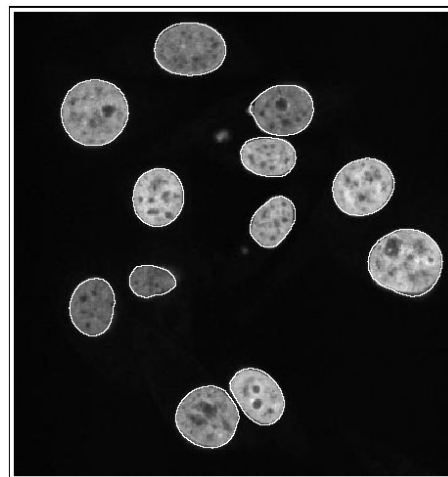


Abbildung 8: typisches Ergebnis bei Verwendung des mpp-Modells für Bilder der konfokalen Mikroskopie

(Quelle: H. Rue, A. R. Syversveen:
Bayesian Object Recognition with Baddeley's Delta Loss)