Verteilungen

- **Gamma-Verteilung** $\mathsf{\Gamma}(\alpha,\lambda)$ mit Parametern $\alpha,\lambda>0$:

$$\begin{aligned}\textsf{Dichte}\quad f(x) &= \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda x}\mathbb{I}_{[0,\infty)(x)}\\ \textsf{mgf}\quad \hat{m}(s) &= \left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^\alpha;\ s<\lambda\\ \mathbb{E}X = \frac{\alpha}{\lambda} &\qquad \mathrm{Var}(X)=\frac{\alpha}{\lambda^2}\,.\end{aligned}$$

  Für $\alpha=n\in\mathbb{N}$: **Erlang-Verteilung** $\mathsf{Erl}(n,\lambda)$
  Für $\alpha=1$: **Exponential-Verteilung** $\mathsf{Exp}(\lambda)$

- **Lognormal-Verteilung** $\mathsf{LN}(a,b)$ mit Parametern $a\in\mathbb{R},\ b>0$:

$$\begin{aligned}\textsf{Dichte}\quad f(x) &= \frac{\exp\left(-\frac{(\log x-a)^2}{2b^2}\right)}{xb\sqrt{2\pi}}\mathbb{I}_{[0,\infty)}(x)\\ \mathbb{E}X = \exp\left(a+\frac{b^2}{2}\right) &\qquad \mathrm{Var}(X)=\mathrm{e}^{2a}\mathrm{e}^{b^2}(\mathrm{e}^{b^2}-1)\,.\end{aligned}$$

- **Poisson-Verteilung** $\mathsf{Poi}(\lambda)$ mit Parameter $\lambda>0$:

$$\begin{aligned}\textsf{Wkt.funktion}\quad p_k &= \frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda};\ k\in\mathbb{N}_0\\ \textsf{pgf}\quad \hat{g}(s) &= \exp[\lambda(s-1)]\\ \mathbb{E}X=\lambda &\qquad \mathrm{Var}(X)=\lambda\,.\end{aligned}$$

- **Negative Binomial-Verteilung** $\mathsf{NB}(\alpha,p)$, mit Parametern $\alpha>0,\ 0<p<1$:

$$\begin{aligned}\textsf{Wkt.funktion}\quad p_k &= \binom{\alpha+k-1}{k}p^k(1-p)^\alpha;\ k\in\mathbb{N}_0\\ \textsf{pgf}\quad \hat{g}(s) &= \left(\frac{1-p}{1-ps}\right)^\alpha\\ \mathbb{E}X=\frac{\alpha p}{1-p} &\qquad \mathrm{Var}(X)=\frac{\alpha p}{(1-p)^2}\,.\end{aligned}$$

  Für $\alpha=1$: **Geometrische Verteilung** $\mathsf{Geo}(p)$

- **Binomial-Verteilung** $\mathsf{Bin}(n,p)$, mit Parametern $n\in\mathbb{N},\ 0\le p\le 1$:

$$\begin{aligned}\textsf{Wkt.funktion}\quad p_k &= \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k};\ k=0,1,\ldots,n\\ \textsf{pgf}\quad \hat{g}(s) &= (1-p+ps)^n\\ \mathbb{E}X=np &\qquad \mathrm{Var}(X)=np(1-p)\,.\end{aligned}$$

  Für $n=1$: **Bernoulli-Verteilung** $\mathsf{B}(p)$