

# **Bildsegmentierung: Übersicht**

## **Seminar: Bildsegmentierung und Computer Vision WS 2005/6**

Jens Kürbig und Martina Sauter

### **Inhalt:**

#### **1. Einführung**

- 1.1. Begriff Bildsegmentierung
- 1.2. Anwendung
- 1.3. Einordnung
- 1.4. Übersicht über die Verfahren

#### **2. Pixelorientierte Verfahren**

- 2.1. Methodik
- 2.2. Vorteile
- 2.3. Nachteile
- 2.4. Weitere Schwellwertmethoden

#### **3. Kantenorientierte Verfahren**

- 3.1. Begriff
- 3.2. Ein Verfahren: Ansatz über Gradienten

#### **4. Regionenorientierte Verfahren**

- 4.1. Region-Growing
- 4.2. Split-and-Merge
- 4.3. Pyramid-Linking

#### **5. Modellbasierte Verfahren**

- 5.1. Begriff
- 5.2. Hough-Transformation

#### **6. Texturbasierte Verfahren**

- 6.1. Nachbarschaft
- 6.2. Eigenschaften eines auto-binominalen MRF
- 6.3. Algorithmus zur Erzeugung einer Textur im auto-binominalen MRF

# 1. Einführung

## 1.1. Begriff Bildsegmentierung

Als erstes stellt sich die Frage: Was ist überhaupt Bildsegmentierung?

Hier ein Zitat:

„...to check each individual pixel to see whether it belongs to an object of interest or not. This operation is called *segmentation*...“ ([2], S. 449)

D.h. Bildsegmentierung ist der Vorgang des Überprüfens jedes einzelnen Bildpunktes, ob dieser einem uns interessierenden Objekt angehört.

Die Operation Bildsegmentierung untersucht die Bildpunkte und erkennt an Hand der Eigenschaften der Bildpunkte, dass sie zu einem Objekt zusammengehören. Segmentierung ist also das Zusammenfassen von homogenen Bildpunkten zu einer Gruppe. Bildsegmentierung soll eine sinnvolle Zuordnung von Bildpunkten zu Objekten durchführen oder verschiedene Bildpunkte zu sinnvollen Objekten zusammenfassen.

Ziel ist es, das Bild in Bereiche zu unterteilen. Es geht also um die Trennung der Bildobjekte vom Hintergrund und Trennung der Bildobjekte voneinander.

Nach der Segmentierung wissen wir, welche Bildpunkte zu welchem Objekt gehören. Kurz gesagt: Welche Pixel gehören zusammen?

Das Ergebnis der Bildsegmentierung ist ein Binär-Bild (Schwarz-Weiß-Bild). Entweder gehört der Bildpunkt zum Objekt und hat damit den Wert 1, oder er gehört nicht zum Objekt und hat in diesem Fall den Wert 0. Das Ausgangsbild ist nach der Segmentierung in sinnvolle Regionen unterteilt. Wir kennen somit danach die Kanten der Objekte.

Mit Hilfe dieses Binär-Bildes können wir nun die Form des Objekts genauer untersuchen. Denn die Segmentierung dient nicht dazu festzustellen, ob das gefundene Objekt sinnvoll ist oder nicht sinnvoll ist.

## 1.2. Einordnung

Die Bildsegmentierung ist ein Teilprozess der Bildanalyse und gehört zum ersten Schritt dieser Bildanalyse.

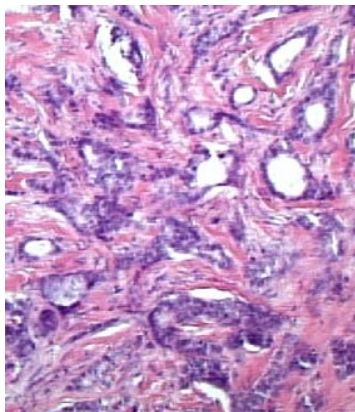
Bildanalyse:

- Szene
- Bildaufnahme
- Bildvorverarbeitung
- Segmentierung

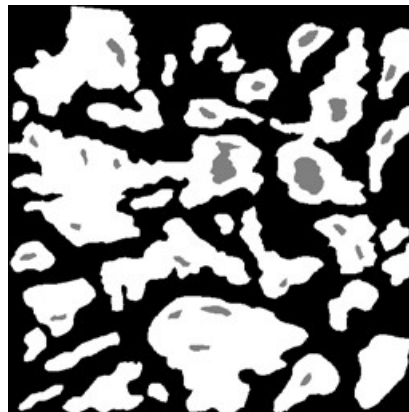
- Merkmalsextrahierung:  
Die verschiedenen Merkmale des Bildes, die durch die Segmentierung gewonnen sind, werden herausgearbeitet.
- Klassifizierung/Auswertung:  
Die Merkmale werden ausgewertet und dienen auch als Ausgangspunkt für statistische Tests.
- Aussage

### 1.3. Anwendung

Das Verfahren der Bildsegmentierung findet Anwendung in zahlreichen Gebieten. In der Medizin dient es zur Erkennung von Gewebeanomalien, wie z.B. Tumoren oder aber auch zur Segmentierung von Röntgenbildern und der Computertomographie.

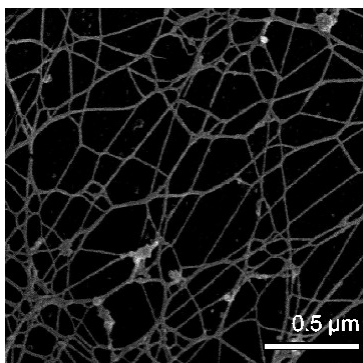


Originalbild

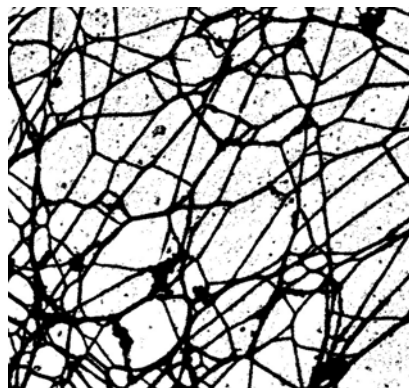


segmentiertes Bild

Die zwei nebenstehenden Abbildungen zeigen ein krebsbefallenes Brustgewebe und das dazugehörige segmentierte Bild.



Originalbild



Schwelwertverfahren  
segmentiertes Bild

Hier ein weiteres Beispiel:

Binarisierung von Keratinnetzwerken im Zytoskelett

Alle vier Bilder stammen aus der Abteilung Stochastik Universität Ulm, die in Kooperation mit der Pathologie Universität Ulm solche Bilder analysieren.

Ebenso wird die Bildsegmentierung in der Geographie z.B. zur Segmentierung von Luftaufnahmen verwendet. Das unten abgebildete Bild wurde mit dem Region-Growing-Verfahren (vergleiche Kapitel 4) segmentiert.



Originalbild



segmentiertes Bild

In der Qualitätskontrolle dient die Segmentierung zur optischen Kontrolle von Industrieprodukten. Sieht das entstandene Produkt so aus, wie es aussehen sollte? Sind alle optischen Merkmale vorhanden?

In der Schrifterkennung ist die Segmentierung ein wichtiges Hilfsmittel zur Unterschriften-/ Handschrifterkennung.

#### 1.4. Übersicht der Verfahren

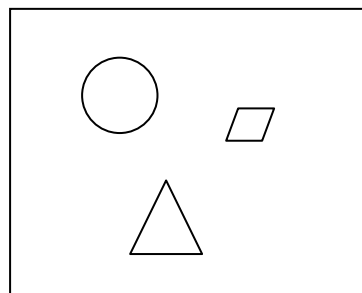
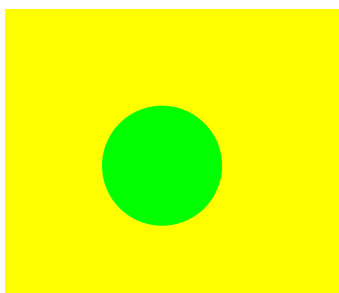
Der Ansatz, wie diese Verfahren funktionieren, ist das menschliche Auge. Die menschliche Wahrnehmungsleistung soll für die Segmentierung übernommen werden. Man versucht den komplexen Vorgang des Sehens algorithmisch in den Verfahren so gut wie möglich nachzuahmen. Deshalb müssen wir uns zuerst einmal folgendes klar machen:

Wie weiß das menschliche Auge, welche Bildpunkte zusammengehören?

Es gibt drei Möglichkeiten, wie das menschliche Auge mehrere Bildpunkte als ein Objekt erkennt:

- Farbe
- Form
- Textur

Drei Beispiele dafür, die das veranschaulichen:



Die Gemeinsamkeit aller Verfahren ist, dass jedem Bildpunkt bestimmte Eigenschaften zugeordnet und mit Hilfe dieser Eigenschaften die Bildpunkte zu Objekten zusammengesetzt werden. Wir verwenden den Grauwert als Eigenschaft.

Der Grauwert eines Bildpunktes gibt die Helligkeit dieses Bildpunktes an, unabhängig von der Farbe (z.B. Gelb heller als Rot). Er wird häufig dargestellt als eine Zahl zwischen 0 (d.h. Schwarz) und 255 (d.h. Weiß). Je höher der Grauwert, umso heller der Punkt.

Im Computer werden diese Werte binär gespeichert und man benötigt somit für jeden Wert 8 Bits. z.B. 11111111 entspricht 255 und ist somit die Farbe weiß.

Es gibt viele Verfahren der Segmentierung. Sie werden häufig eingeteilt in folgende fünf Verfahren:

- Pixelorientierte Verfahren
- Kantenorientierte Verfahren
- Regionorientierte Verfahren
- Modellbasierte Verfahren
- Texturbasierte Verfahren

Die Verfahren sind geordnet nach Effektivität bzw. Komplexität. Welches Verfahren man wählt, hängt ab von dem Bild das segmentiert werden soll, welche Qualität man haben möchte, Zeitaufwand usw. .

Während die Pixelorientierten Verfahren nur den Grauwert jedes einzelnen Bildpunktes betrachten, betrachten die Regionorientierten Verfahren die Grauwerte in größeren Gebieten. Bei den Kantenorientierten Verfahren versucht man Kanten oder Übergänge zu finden. Modellbasierte Verfahren können verwendet werden, wenn Kenntnisse über die Form der Objekte vorliegen. Für den Fall, dass das Ausgangsbild eine Textur besitzt, greift man auf Texturbasierte Verfahren zurück.

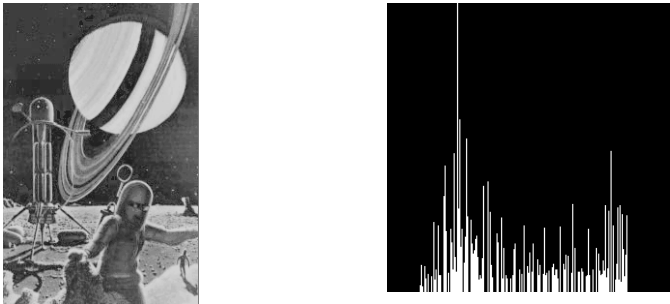
In den folgenden Kapiteln werden nun diese Verfahren der Bildsegmentierung vorgestellt.

## **2. Pixelorientierte Verfahren**

Beim Pixelorientiertem Verfahren wird grundsätzlich für jeden Bildpunkt/Pixel, einzeln entschieden zu welchem Objekt er gehört. Deswegen ergibt dieses Verfahren üblicherweise eine vollständige Segmentierung, d.h. es werden keine Bildpunkte ignoriert oder zusammengefasst betrachtet.

## 2.1. Methodik

Die allgemeine Methodik die hinter dem Pixelorientiertem Verfahren steckt, ist das Schwellwertverfahren. Hierbei wird der Grauwert des Pixels mit einem Schwellwert verglichen. Dieser Schwellwert wird mittels eines Histogramms ermittelt. Bei einem Histogramm wird in einer Graphik oder Kurve jedem Grauwert die Anzahl der Bildpunkte, welche diesen Grauwert haben, zugeteilt. Optimalerweise sollte es sich dabei um ein bimodales Histogramm handeln, also ein Histogramm, welches nur zwei lokale Maxima hat.



Hier ein Originalbild und sein zugehöriges Histogramm

Der Schwellwert wird nun auf verschiedener Weise ermittelt. Zum einen kann man diesen einfach manuell festlegen. Eine weitere Möglichkeit ist, dass man den Mittelwert zwischen zwei Maxima im Histogramm errechnet, und diesen dann als Schwellwert festlegt. Oder man setzt den Schwellwert auf ein lokales Minimum im Histogramm. Zum Schluss kann man noch das Verfahren von Otsu anwenden, welches wiederum genutzt wird um lokale Extrema zu ermitteln.

## 2.2. Vorteile

Die Vorteile eines solchen Verfahrens lassen sich schon bei Betrachtung der Methodik erkennen. Denn ein solches Verfahren lässt sich ziemlich einfach in der Bildanalyse implementieren, da man ja nur die Grauwert des Bildpunktes mit einem Schwellwert vergleichen muss. Außerdem ist dieses Verfahren aufgrund seiner Einfachheit ein sehr schnelles Verfahren. Weiter lässt sich auch ein Bild mit diesem Verfahren vollständig binarisieren. Die Binarisierungsergebnisse bei gleichmäßig beleuchteten Bildern sind auch gut, wobei man hierbei betonen muss, dass es gleichmäßig beleuchtete Bilder sein müssen. Damit kommen wir sofort zu 2.3

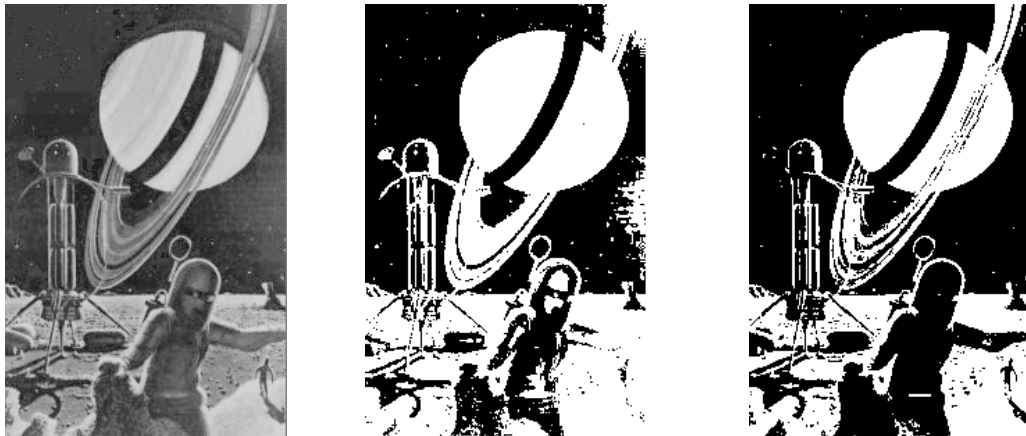
## 2.3. Nachteile

Ein schwerwiegender Nachteil dieses Verfahren ist es nämlich, dass dies sehr anfällig gegenüber Helligkeitsveränderungen im Bild ist. Dies wird auch deutlich wenn man hier das Histogramm betrachtet, denn dann ist dieses nicht bimodal, sondern es gibt mehr als zwei lokale Maxima (siehe Bild mit Histogramm in 2.1.). Bei Mehrkanalbildern, wie zum Beispiel Farbbildern, wird nur ein eindimensionaler Wert benutzt, hier bekommt man zum einen keine weitere Informationen, und zum

anderen, kann bei einem Schwellwert auch die Farbe verändert werden. Ein weiterer Nachteil ist, dass man die Bildpunkte nicht zusammenfasst und so keine zusammenhängende Segmentierung des Bildes bekommt. Zum Schluss wird schnell klar, dass bei diesem Verfahren eine starke Abhängigkeit vom Schwellwert existiert. Um dies zu verdeutlichen folgendes Beispiel

Von Links nach rechts:

Originalbild: Segmentiertes Bild mit Schwellwert 90; Segmentiertes Bild mit Schwellwert 128



## 2.4. Weitere Schwellwertmethoden

Bis jetzt haben wir als Schwellwertmethode eigentlich immer nur eine von drei möglichen, nämlich den Globalen Schwellwert, betrachtet. Also bisher, beim Globalen Schwellwert, hatten wir einen Schwellwert für das gesamte Bild. Hier hatten wir gesehen, dass dieses Verfahren sehr schnell aber auch sehr anfällig gegenüber Helligkeitsveränderungen ist. Die weiteren Schwellwertmethoden werden zwar immer langsamer, dafür nimmt aber auch die Anfälligkeit gegenüber den Helligkeitsveränderungen ab. Der nächste Schwellwert ist der Lokale Schwellwert. Hier wird zuerst das Bild in verschiedene Regionen unterteilt. Danach wird für jede Region ein eigener Schwellwert ermittelt. Der dynamische Schwellwert ist der letzte, aber auch beste. Beim Dynamischen Schwellwert wird um jeden Bildpunkt eine Region erstellt, und danach für die jeweilige Region einzeln ein Schwellwert ermittelt. Daran erkennt man auch sehr schnell, dass hier wie schon erwähnt besser auf die Helligkeit eingegangen wird, aber dafür man die Schnelligkeit eingebüßt hat.

## 3. Kantenorientierte Verfahren

### 3.1. Begriff

In Kantenorientierten Verfahren wird im Bild nach Kanten und Konturen gesucht. Es wird davon ausgegangen, dass zwischen zwei Objekten eine abrupte Grauwertänderung vorhanden ist.

Das folgende Bild zeigt ein mögliches Bild und das mit einem Kantenorientierten Verfahren dazugehörige segmentierte Bild.



Originalbild



Segmentiertes Bild

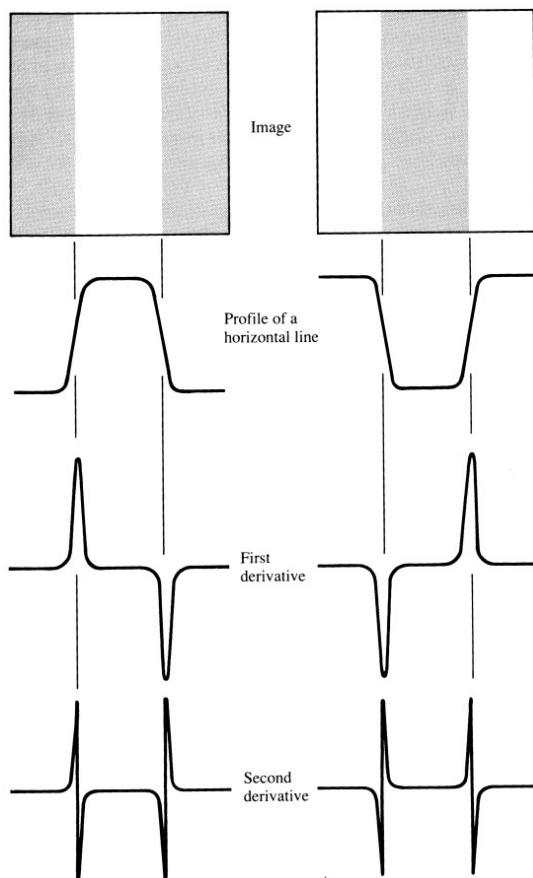
Beispiele für Kantenorientierte Verfahren sind:

- Snakes (vgl. Vortrag nächste Woche)
- Wasserscheidentransformationen, die immer geschlossene Kantenzüge liefern (vgl. späteren Vortrag)
- Ansatz über Gradienten

Der nächste Abschnitt erklärt den Ansatz über Gradienten etwas näher.



### 3.2. Ein Verfahren: Ansatz über Gradienten



Die Vorgehensweise sieht folgendermaßen aus:

Algorithmus:

1. Man stellt eine Funktion  $g(x)$  für das komplette Bild auf, die die Grauwerte in Abhängigkeit der Pixel-Position darstellt.
2. Das Ausgangsbild wird Linie für Linie (z.B. Zeile für Zeile) untersucht. Es werden die Extrema des Gradienten von  $g(x)$  für die erste Pixel-Linie berechnet. Die daraus ermittelten  $x$ -Werte geben die Position von Kantenpunkten an.
3. Wir kehren zu Schritt 2 zurück und verwenden die nächste Pixel-Linie.

Das nebenstehende Bild verdeutlicht, warum eine Kante ein Extremum des Gradienten  $g(x)$  ist.

Nachdem alle Pixel-Reihen nach Extrema untersucht sind, erhalten wir als Ergebnis eine Menge von Kantenpunkten. Um diese Kantenpunkte zu durchgehenden Kanten zu vervollständigen, wird ein Kantenverfolgungsalgorithmus benötigt.

Eine typische Vorgehensweise ist beispielsweise:

Nachdem ein Extremum gefunden ist, wird ein Kantenverfolgungsalgorithmus verwendet, der dem Extremum des Gradienten um das Objekt folgt, bis es den Startpunkt wieder trifft.

Ein anderer Kantenverfolgungsalgorithmus ist die Hough-Transformation, auf die in Abschnitt 5.2 näher eingegangen wird.

Vorteile Kantenorientierte gegenüber Pixelorientierten Verfahren:

- Sie erkennen Bildobjekte auch mit unterschiedlicher Helligkeit.
- Sie sind besser bei uneinheitlichem Hintergrund.

Diese zwei Vorteile können im „Ansatz für Gradienten“ in der Funktion  $g(x)$  berücksichtigt werden.

## 4. Regionenorientierte Verfahren

Beim Regionenorientierte Verfahren werden Punktmengen als Gesamtheit betrachtet, d.h. es wird der Durchschnittsgrauwert von Punktmengen einer Region betrachtet. Hierbei wird versucht zusammenhängende Objekte zu finden. Folgende Verfahren beim Regionenorientierten Verfahren werden erläutert.

### 4.1. Region–Growing

Bei diesem Verfahren werden zuerst verschiedene Punkte im Bild gewählt. Diese Punkt, so genannte Keimpunkte, werden als Startregion betrachtet. Danach wird folgende Schleife so lange wiederholt bis kein Wachstum der Regionen mehr möglich ist.

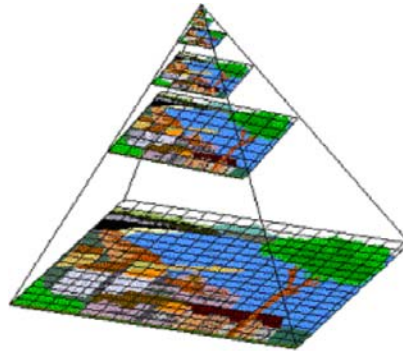
1. Benachbarte Punkte einer Region werden nun betrachtet. Hier wird nun der Grauwert des Nachbarpunktes mit dem Durchschnittswert aller Punkte dieser Region verglichen. Wenn nun die Distanz zwischen beiden Grauwerten, also der Betrag aus der Differenz, kleiner als ein vorher festgelegter Schwellwert ist, so wird der Punkt der Region hinzugefügt. Anschließend wird der Durchschnittswert der Region neu ermittelt.
2. Hierbei ist zu beachten, dass nicht nur Nachbarpunkte so verglichen werden, sondern auch Nachbarregionen. Deswegen ist es möglich, dass Regionen vereinigt werden.

Nun erkennt man, dass die Wahl der Start-/Keimpunkte eine tragende Rolle spielt, denn deren Anzahl ist eine Obere Schranke für die Anzahl der Regionen. Außerdem könnte bei falscher Wahl der Keimpunkte eine falsche Segmentierung des Bildes entstehen.

### 4.2. Split-and-Merge

Bei diesem Prinzip betrachten wir nun zuerst das ganze Bild als eine Region. Zu dieser Region ermitteln wir nun wieder einen Durchschnittswert der Grauwerte. Als nächstes legen wir einen Schwellwert, das Homogenitätskriterium fest. Nun wird der Grauwert eines Bildpunktes mit dem Durchschnittswert der Region verglichen, wenn nun die Distanz der beiden größer als der Schwellwert ist, wird die Region zerteilt, also der Bildpunkt, als der Region aus geschlossen. Jedes mal wird wiederum der Durchschnittswert neu berechnet für die Region. Danach werden benachbarte Regionen mit einander verglichen, und falls diese hinreichend homogen sind, also unter die Distanz unter diesem Schwellwert liegt, dann werden die Regionen vereinigt mit Neuberechnung des Durchschnittswertes der Grauwerte. Dies wird so lange wiederholt, bis alle Regionen zueinander nicht mehr homogen sind. Dadurch bekommen wir nun ein Bild, welches oft eckige Kanten hat, da aufgrund dieses Homogenitätskriteriums „Treppen“ in den Grauwerten entstehen können. Deswegen ist es oft notwendig, wenn man noch eine Kantenglättung durchführt.

### 4.3. Pyramid-Linking



Das Pyramidenwachstum oder auch „Pyramid Linking“ genannte Verfahren hat seinen Namen durch die pyramidenartige Datenstruktur bekommen, die durch den Algorithmus verwendet wird (auch Gaußpyramide genannt). Im ersten Schritt des Algorithmus wird eine pyramidenartige Datenstruktur aus verschiedenen Ebenen erstellt, dessen unterste Ebene das Eingangsbild ist. Zur Vereinfachung wird nun das Verfahren für ein eindimensionales Bild bzw. Bildstreifen erläutert. Das Verfahren lässt sich jedoch problemlos auf die Anwendung auf ein zweidimensionales Bild erweitern.

Alle Ebenen über dem Originalbild werden gebildet indem jedes Pixels oberen Ebene aus dem Durchschnittswert von vier benachbarten Pixeln aus der darunter liegenden Ebene berechnet wird. Jeder Pixel trägt dabei zu maximal vier Pixeln bei (zwei im eindimensionalen Beispiel). Dadurch reduziert sich die Anzahl der Pixel/Datenmenge von jeder Schicht auf die nächste um die Hälfte.

Wenn die Pyramide bis zu einem Pixel in der obersten Ebene gebildet ist, werden alle Pixel aus höheren Ebenen (ausgenommen die Spitze) mit einem von max. zwei benachbarten Pixel in der nächsthöheren Ebene verbunden. Jeder Pixel wird mit dem Pixel der nächsten Ebene verbunden, wenn es zu dessen Farbwert beigetragen hat und zu diesem Pixel den geringsten Farbabstand hat. Nach diesem Initialisierungsschritt wird nun der Farbwert der Pixel aller oberen Ebenen aktualisiert, indem der Farbwert aus den verbundenen Pixeln der darunterliegenden Ebene neu berechnet wird. Hat ein Pixel der oberen Ebene (d.h. mit Ausnahme der untersten Ebene) keine Verbindung zu einem Pixel der nächst unteren Ebene, so wird der Farbwert auf Null gesetzt und erhält keine weiteren Verbindungen von einer unteren Ebene. Danach werden die Verbindungen wie zuvor neu gesetzt und die Pixel neu berechnet. Dieser Vorgang wird sofort wiederholt, bis sich die Verknüpfungen nicht mehr ändern. Das Ergebnis ist ein Verknüpfungsbaum, dessen Wurzeln die Pyramidenspitze ist und über Verzweigungen zu jedem Pixel der Grundebene, dem Originalbild, führt.

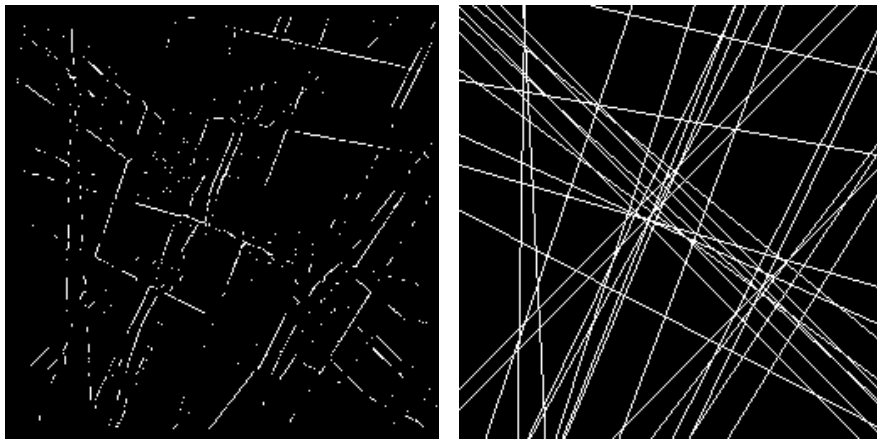


Die Modellbasierten Verfahren setzen ein Vorwissen über das Bild voraus, z.B. über die geometrische Form der Bildobjekte. Dieses Vorwissen kann mit den lokalen Informationen verglichen werden.

## 5.2. Hough-Transformation

Die Hough-Transformation ist ein Verfahren zum Erkennen von geometrischen Figuren, wie z.B. Kreisen, Ellipsen, Geraden. Die Voraussetzung ist, dass man diese geometrischen Figuren parametrisieren, d.h. als mathematische Gleichung darstellen kann.

Ausgangspunkt ist beispielsweise, dass man ein segmentiertes Bild mit Kantenpunkten oder mit unterbrochenen Linien vorliegen hat. Mit Hilfe der Hough-Transformation werden diese Punkte nun zu geometrischen Objekten vervollständigt.



Ein Beispiel dazu:

Das Bild vor und vergleichsweise das Bild nach der Hough-Transformation. Auf dem linken Bild sind Liniensegmente zu sehen, die mit Hilfe der Hough-Transformation im rechten Bild zu kompletten Linien vervollständigt sind.

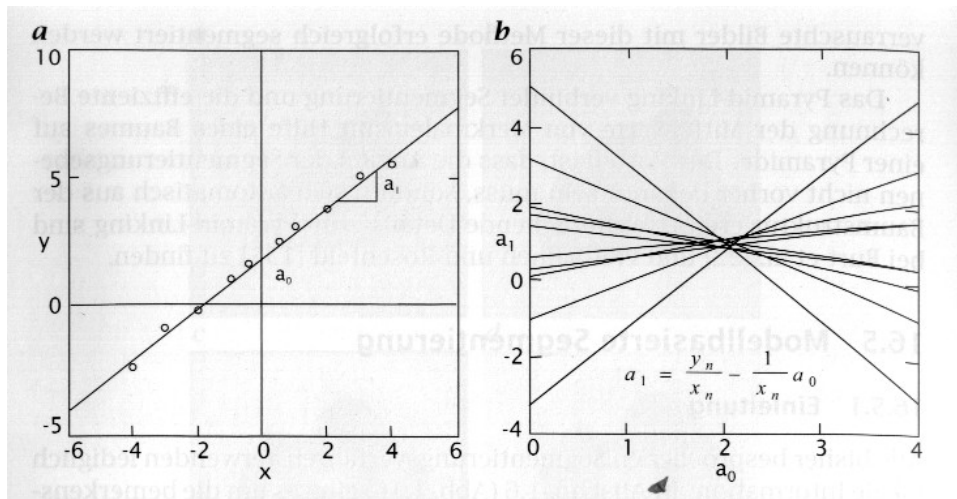
Wir betrachten nun näher den einfachsten Fall, dass unsere gesuchten Objekte gerade Linien sind. Dabei muss für alle aus dem Segmentierungsverfahren entstandenen Punkten  $[x_n, y_n]^T$  folgende Bedingung erfüllt sein:

$$y_n = a_0 + a_1 x_n \quad (1)$$

wobei  $a_0$  der y-Achsenabschnitt und  $a_1$  die Steigung sind.

Dies ist äquivalent zu 
$$a_1 = \frac{y_n}{x_n} - \frac{1}{x_n} a_0. \quad (2)$$

Eine Gerade mit dem y-Achsenabschnitt  $\frac{y_n}{x_n}$  und Steigung  $-\frac{1}{x_n}$ .



$a_0$  und  $a_1$  spannen einen Vektorraum auf, den sogenannten **model space**.  
D.h. jeder Punkt  $[x_n, y_n]^T$  wird in diesem model space als eine Gerade dargestellt (vgl. Abbildung oben).

Wenn alle Punkte  $[x_n, y_n]^T$  in einer Linie liegen, müssen folglich alle entsprechenden Geraden im model space sich in einem Punkt schneiden. Dieser dadurch gefundene Schnittpunkt  $[a_0, a_1]^T$  entspricht unserem gesuchten  $a_0$  und  $a_1$  in der Geradengleichung (1).

Diese Transformation vom Vektorraum, der von  $x$  und  $y$  aufgespannt wird, in den model space, nennt man **Hough-Transformation**.

In der Praxis verwendet man diese Überlegung mit den geraden Linien (1) nicht. Grund dafür ist, dass es durch die Transformation Schwierigkeiten bei der Darstellung von vertikalen Linien gibt. Die Steigung in (1) kann unendlich werden für Geraden, die parallel zur  $y$ -Achse verlaufen. Das ist wiederum nicht geeignet für eine Abbildung in den endlichen Parameterraum.

Um dieses Problem zu umgehen, verwendet man die Normalenform der Geraden für (1) :

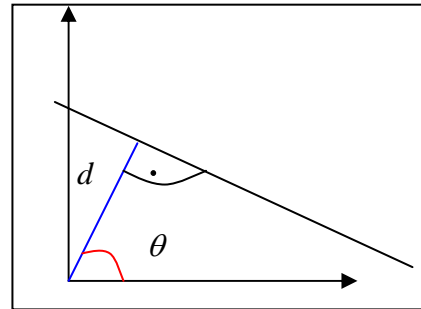
$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = d \quad ( \Leftrightarrow \vec{n} \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = d )$$

mit dem Normaleneinheitsvektor

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$$

wobei  $\theta \in [0, \pi)$ .

Somit wird unser model space von  $\theta$  und  $d$  aufgespannt, wobei  $\theta$  der Winkel zwischen der x-Achse und der Normalen auf die Geraden durch den Ursprung ist und  $d$  der Abstand zwischen Gerade und Ursprung. (vgl. Bild nebenan). Ferner sind  $\theta$  und  $d$  endlich.



Der Nachteil der Hough-Transformation ist, dass man jeden einzelnen Punkt in den model space transformieren muss und somit dieses Verfahren einen hohen Aufwand hat.

## 6. Texturorientierte Verfahren

Um über Texturorientierte Verfahren zu reden, ist zuerst zu klären, was in diesem Zusammenhang Textur eigentlich bedeutet.

Textur ist das Bild, welches auf der Oberfläche eines virtuellen Körpers dargestellt wird. Hierbei können die Texturen praktisch jede Eigenschaft einer Oberfläche gezielt verändern, z.B. nicht nur bzgl. seiner Struktur, sondern auch bzgl. seiner Glattheit. Deswegen versucht man die Textur als Homogenitätskriteriums in den Texturorientierten Verfahren zu verwenden. Diese Verfahren werden außerdem meist zur Verbesserung und Unterstützung von anderen Verfahren verwendet.

Es gibt verschiedene Verfahren, die man alle unter den Texturorientierten Verfahren zusammenfassen kann:

- Co-ocurrence-Matrizen
- Textureenergiemaße (Texture-Energy-Measure)
- Lauflängenmatrizen (Run-Length-Matrix)
- Signaltheoretische Konzepte (z.B.: Gaborfilterung)
- Markov-Zufallsfelder (MRF)

Im Weiteren möchte ich näher auf die Markov-Zufallsfelder eingehen, die ich nun als MRF abkürzen werde. Erläutern möchte ich zum Ende dieses Kapitels noch den Algorithmus zum Erzeugen einer Textur bei einem auto-binominalen MRF, welches nur ein Ergebnis aus Literatur [1] ist. Nähere Erläuterungen und Herleitungen sind im Skript von Prof. Schmidt zu finden [4].

Zuerst einige Erläuterungen

## 6.1. Nachbarschaft

Um genauer auf die MRF eingehen zu können, muss zuerst geklärt werden, was eigentlich in diesem Zusammenhang Nachbarschaft bedeutet. Nachbarschaft heißt hier, dass man zu einem Punkt  $\mathbf{x}$  je nach Ordnung der Betrachtungsweise nur einzelne an den Punkt  $\mathbf{x}$  angrenzende Punkte betrachtet. Hierbei ist  $\mathbf{x} = (x,y)$  auf einem Gitterbild.

Genauer gesagt betrachten wir in ersten Ordnung die vier direkten Nachbarn zum Punkt  $\mathbf{x}$  (im Bild die Punkte mit Wertungen  $\beta_i$ ,  $i = 1,2$  / Punkt  $\mathbf{x}$  hat Wertung  $\alpha$ ).

Je höher die Ordnung umso mehr Punkte werden in Betrachtung eingeschlossen, so dass bei Ordnung zwei, wir alles acht direkten Nachbarn betrachten, usw.

Im Folgenden ist die Menge  $N_x$ , die Menge aller Nachbarpunkte, von  $\mathbf{x}$ .

Für unser Auto-binomiales Modell brauchen wir aber noch eine Wertung der Nachbarn. So wird jedem Nachbarn, eine Wertung gegeben (siehe Bild).

In diesem Bild hat unser Punkt  $\mathbf{x}$  die Wertung  $\alpha$ , die Nachbarn haben die Wertungen  $\beta_i$ .

$$\begin{array}{ccccc}
 \beta_{11} & \beta_7 & \beta_6 & \beta_8 & \beta_{12} \\
 \beta_9 & \beta_3 & \beta_2 & \beta_4 & \beta_{10} \\
 \beta_5 & \beta_1 & \alpha & \beta_1 & \beta_5 \\
 \beta_{10} & \beta_4 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_9 \\
 \beta_{12} & \beta_8 & \beta_6 & \beta_7 & \beta_{11}
 \end{array}$$

Wie die Wertungen zustande kommen möchte ich hier nicht näher erläutern, es hängt aber mit den Energien zwischen den Punkten und deren Farbabständen ab.

## 6.2. Eigenschaften eines auto-binomiales MRF

Bevor wir uns nun mit dem Algorithmus eines auto-binomiales MRF beschäftigen müssen wir zuerst folgende Eigenschaft aufzeigen.

Wir betrachten nun im Folgenden ein  $n \times n$  Grauwertbild, in den Texturen mit den Werten  $\{0, \dots, N-1\}$ . Außerdem nehmen wir an, dass die Bildwerte eines Bildpunktes  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$  mit seinen Nachbarpunkten  $N_x$ .

In diesem MRF gilt für Nachbarn folgendes:

Ein Punkt  $y \in N_x$  heißt Nachbar von  $\mathbf{x}$ , wenn für eine passende Umgebung  $U \subseteq N_x$  für die Übergangswahrscheinlichkeit folgendes gilt ( $\mathbf{x} = (x,y)$ ):

- $p(\mathbf{B}(\mathbf{x})|\mathbf{B}(U)) > 0$  für alle  $\mathbf{x}$  (Positivität)
- $p(\mathbf{B}(\mathbf{x})|\mathbf{B}(U)) = p(\mathbf{B}(\mathbf{x})|\mathbf{B}(S \setminus \{\mathbf{x}\}))$  (Markov Eigenschaft)

wobei  $\mathbf{B}(U) = \{\mathbf{B}(\mathbf{u}) | \mathbf{u} \in U\}$  und  $\mathbf{B}(S \setminus \{\mathbf{x}\}) = \{\mathbf{B}(\mathbf{s}) | \mathbf{s} \in S \setminus \{\mathbf{x}\}\}$ ,  $S$  ist die Menge aller Gitterpunkte.



Also die Übergangswahrscheinlichkeit ist über der Umgebung U genauso groß, wie über dem Gesamtem Bild.

Die Erfolgswahrscheinlichkeit, dass der Punkt auch die richtige Färbung hat, vom Punkt  $\mathbf{x}$  lautet wie folgt:

$$g(T) := \exp(T) / (1 + \exp(T)), \text{ wobei } T := \alpha + \sum_{u \in U} \beta_i B(u)$$

### 6.3. Algorithmus zur Erzeugung einer Textur im auto- binominalen MRF

Nachdem wir nun die Eigenschaften eines auto-binominalen MRF kennen sieht der Algorithmus zum Erzeugen einer Textur wie folgt aus:

Wie wählen uns zuerst eine Ausgangsfärbung  $B(\mathbf{x})$  mit Grauwerten, welche gleichverteilt sind. Das Bild hat wie zuvor  $n \times n$  Gitterpunkte.

Als nächstes bestimmen wir die Ordnung, welche wichtig für unsere Nachbarschaft ist, und ermitteln die Konstanten  $\alpha$ ,  $\beta_i$  usw.

Nun können wir die Übergangswahrscheinlichkeiten festlegen:

$$p(B(\mathbf{x})=k|B(U)) = \binom{N-1}{k} g(T)^k (1-g(T))^{N-1-k}$$

Zum Schluss muss folgende Schleife wiederholt werden, bis keine Änderung mehr auftritt: (hier jeweils  $\mathbf{x} = (x,y)$ )

- Wähle zwei Punkte  $(x_0, y_0)$  und  $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$  verschiedener Farbe  $B((x_0, y_0))$  und  $B((\tilde{x}_0, \tilde{y}_0))$ . Erzeuge nun eine Färbung  $B_{neu}(\mathbf{x})$  die mit  $B(\mathbf{x})$  bis auf die vertauschten Werte der Punkte  $(x_0, y_0)$  und  $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$  übereinstimmt.

Bestimme:

$$r := \prod_{x=0, y=0}^{N-1} \frac{p(B_{neu}((x, y)) | B(U))}{p(B((x, y)) | B(U))}, \text{ wobei nur die direkten Nachbarn}$$

der Punkte  $(x_0, y_0)$  und  $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$  im Produkt zu berücksichtigen sind.

- Wenn  $r \geq 1$ , dann ersetze die Grauwerte  $B(\mathbf{x})$  durch  $B_{neu}(\mathbf{x})$ ; anderenfalls erzeuge eine Realisierung einer Zufallszahl  $v \in [0,1)$  gleichverteilt. Wenn  $r > v$ , dann ersetze  $B(\mathbf{x})$  durch  $B_{neu}(\mathbf{x})$
- Nenne die neue Färbung  $B(\mathbf{x})$

## Literatur / Quellen:

- [1] A. Janser, W. Luther, W. Otten „*Computergraphik und Bildverarbeitung*“, Vieweg
- [2] B. Jähne, „*Digital image processing*“, Springer, 2001
- [3] S.Z. Li, „Markov Random Field Modeling in Computer Vision“, Springer, 1995
- [4] Prof. Dr. Volker Schmidt, Markov-Ketten,  
(<http://www.mathematik.uni-ulm.de/stochastik/lehre/ss03/markov/skript/skript.pdf>)