Bildsegmentierung mit Snakes und aktiven Konturen

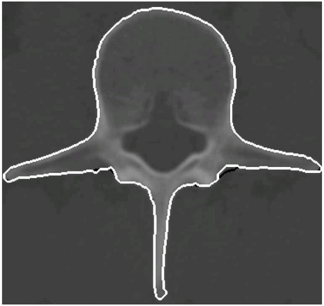
Achim Gegler

5. Dezember 2005

Vortrag zum Seminar
"Bildsegmentierung und Computer Vision"

Übersicht

Einführung



- Auf dem Bild soll ein **Bildsegment** erfasst werden.
- Über die Gestalt dieses Segments sind **Vorinformationen** bekannt.

Einführung

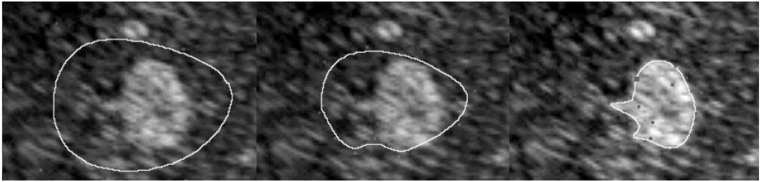
- Gesucht: Kurve, die dieses Bildsegment beschreibt.
- Die Kurve sollte **explizit** angegeben werden.
- In diesem Zusammenhang nennt man Kurven **Snakes** oder **aktive Konturen**.
- Ziel: Finden der Snake, die das Bildsegment beschreibt.

Einführung

- Der Snake wird eine **Energie** zugeordnet.
- **Energie** = Wie passen **Vorinformationen** und Snake zusammen + Wie passen **Bildinformationen** und Snake zusammen
- Je weniger Übereinstimmungen, desto höher die Energie.
- Aufgabe: Finden der **energieminimalen Snake**, die das Segment am besten erfasst.

Einführung

- Lösung wird **iterativ** berechnet.



Übersicht

Definition der Snake

- Die Snake wird durch eine **explizite Parameterdarstellung** einer **Kurve** beschrieben.
- c: $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $c(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix}$
- Voraussetzung: c 2-mal stetig differenzierbar
- Zuordnung einer **Energie** E(c) $\epsilon\, \mathbb{R}$
- $E(c) = S(c) + P(c)$
- $S(c) =$ **innere Energie** (aus Vorinformationen)
- $P(c) =$ **äußere Energie** (aus Bildinformationen)

Innere Energie S(c)

- Die grobe Gestalt des zu erfassenden Segments ist bekannt.
- Wir wissen etwas über die "**Kantenlänge**" und "**Kantenglätte**" des Segments.
- Aus der Differentialgeometrie:
  $\frac{\partial c}{\partial s}$ $\rightarrow$ 1. Ableitung der Kurve nach s sagt etwas über die **Länge**.
  $\frac{\partial^2 c}{\partial s^2}$ $\rightarrow$ 2. Ableitung der Kurve nach s sagt etwas über die **Glattheit**.

Innere Energie S(c)

- c **lang** $\Rightarrow \int_0^1 |\frac{\partial c}{\partial s}|^2 \, \mathrm{d}s$ **groß**; c **unglatt** $\Rightarrow \int_0^1 |\frac{\partial^2 c}{\partial s^2}|^2 \, \mathrm{d}s$ **groß**
- Gewichtung der Länge und Krümmung: $\omega_1 \geq 0$ und $\omega_2 \geq 0$
- Wähle ω_1 und ω_2 gemäß den Vorinformationen.
- $\omega_1 > \omega_2$: Segmente mit **starken Krümmungen**
- $\omega_1 < \omega_2$: **sehr glatte** Segmente

$$\Rightarrow S(c) := \frac{1}{2} \int_0^1 \omega_1 \left|\frac{\partial c}{\partial s}\right|^2 + \omega_2 \left|\frac{\partial^2 c}{\partial s^2}\right|^2 \, \mathrm{d}s$$

wird **klein**, wenn Snake gut zu der bekannten Gestalt des zu findenden Segments passt.

Äußere Energie P(c)

- Bild gegeben durch Grauwert der einzelnen Pixel.
- Bild somit Funktion (x,y) $\mapsto$ I(x,y)
  I(x,y) = **Grauwert** an der Stelle (x,y).
- Wir setzen voraus: I(x,y) **stetig differenzierbar**

Äußere Energie P(c)

- Bildsegmente grenzen sich an den **Kanten** von der Umgebung ab.
- Kante = Stellen, an denen große **Veränderungen** des Grauwerts auftreten.
- $\Rightarrow \nabla I(x, y)$
- Interessant: Stellen, an denen $|\nabla I(x, y)|$ **möglichst groß** wird.

Äußere Energie P(c)

- **Energie** sollte an den Kanten **möglichst klein** sein.
  $\Rightarrow$ P(x,y):= $-\omega_3|\nabla I(x,y)|$
  ($\omega_3 \geq 0$ regelt Einfluss der äußeren Energie in Gesamtenergie)

$$\Rightarrow P(c) := \int_0^1 P(c(s))\,\mathrm{d}s$$

wird **klein**, wenn Kontur der Snake mit den Kanten im Bild übereinstimmt.

Übersicht

Statisches Optimierungsproblem

- E(c) = S(c) + P(c)

  $$\mathrm{E(c)} = \frac{1}{2}\int_0^1 \omega_1 \left|\frac{\partial c}{\partial s}\right|^2 + \omega_2 \left|\frac{\partial^2 c}{\partial s^2}\right|^2 \,\mathrm{d}s + \int_0^1 P(c(s))\,\mathrm{d}s$$
- Optimierungsproblem: E(c) $\longrightarrow$ min
- $\Rightarrow$ **notwendiges Kriterium** aus der Variationsrechnung (**Euler-Lagrange-Gleichung**)

Variationsproblem

- Variationsproblem:

$$\int_0^1 F(s, c(s), \frac{\partial c(s)}{\partial s}, \frac{\partial^2 c(s)}{\partial s^2})\,\mathrm{d}s \longrightarrow min$$

- notwendige Bedingung für Minimum:

$$F_c - \frac{\partial}{\partial s} F_{c'} + \frac{\partial^2}{\partial s^2} F_{c''} = 0$$

(Euler-Lagrange Gleichung)

Notwendiges Kriterium

- Euler-Lagrange Gleichung in unserem Fall:

$$-\frac{\partial}{\partial s}(\omega_1 \frac{\partial c}{\partial s}) + \frac{\partial^2}{\partial s^2}(\omega_2 \frac{\partial^2 c}{\partial s^2}) + \nabla P(c(s)) = 0$$

- D.h., wenn wir eine Snake c vorgegeben haben, können wir entscheiden, ob es sich um eine (lokale) Min-Stelle von E(c) handelt.

Diskretisierung

- Die Snake c wird durch **Interpolation** beschrieben (z. B. durch finite Differenzen). Es werden nur $n < \infty$ **Knoten** $c_0, ..., c_{n-1}$ gespeichert.
- Die Ableitungen $\frac{\partial c_i}{\partial s}$ und $\frac{\partial^2 c_i}{\partial s^2}$ werden auch numerisch über die Knoten berechnet.
- Als Energieterm betrachten wir:

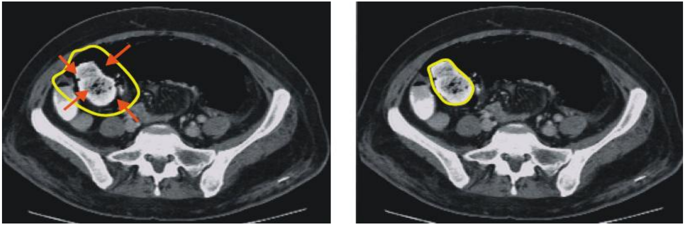
$$E^*(c) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{2}(\omega_1 |\frac{\partial c_i}{\partial s}|^2 + \omega_2 |\frac{\partial^2 c_i}{\partial s^2}|^2) + P(c_i(s))$$

- Über das Bild wird ein Gitter gelegt. Die Knoten müssen sich auf den Gitterpunkten befinden.

Iterative Berechnung

- Initialisiere die Snake (durch Festlegen der Knoten) **außerhalb** des zu erfassenden Segments.
- Berechne die Energie E*(c).
- Ein einzelner Knoten kann sich nun auf alle 8 benachbarten Gitterpunkte bewegen oder unverändert bleiben.
- Für die Snake gibt also insgesamt 9^n verschiedene Bewegungsmöglichkeiten.
- Wähle die Bewegung, für die E*(c_{neu}) minimal wird.

Iterative Berechnung



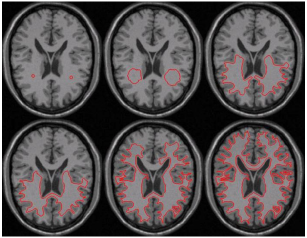
Übersicht

Vorteile

- Berücksichtigung von Vorinformationen.
- Es gibt effiziente Verfahren
- Robustheit gegenüber Rauschen im Bild und Lücken in der abgebildeten Kurve.

Nachteile

- Nicht in der Lage mit topologischen Veränderungen umzugehen $\longrightarrow$ T-Snakes



- Realisierung im Höherdimensionalen nur mit erheblichen Aufwand
- Initialisierung der Snake nahe an der Kontur des Segments (lokale Minima) ist notwendig.

Literatur

- S. Osher, R. Fedkiw "Level set methods and dynamic implicit surfaces", Springer, 2003.
- S. Osher, N. Paragios, eds. "Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics ", Springer, 2003.
- Internet
- Analysis 1&2 Skript, Prof. Stadtmüller

Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit!