Kantenextraktion mit Snakes

Christian Hägele

6. Februar 2006

Gliederung

Einführung

- Mit einer Snake wird versucht genau ein Objekt im Bild zu erfassen. Im Gegensatz zu anderen Methoden der Bildsegmentierung, die versuchen das gesamte Bild sinnvoll zu segmentieren.
- Eine Snake ist eine explizite Parameterdarstellung einer geschlossenen Kurve.
- Es wird die Snake gesucht, die den Umriss bzw. die Kanten des Objekts beschreibt.
- Snakes werden auch *aktive Konturen* genannt.

Kanten

- $u(x, y)$ ist der Grauwert des Bildes am Punkt (x, y)
  $u(x, y)$ wird die *Graustufenfunktion* des Bildes genannt
- Definition einer Kante nach Hildreth und Marr:

$$\Delta u(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y)$$

  An der Nullstelle dieses Laplace-Operators befindet sich die Kante.

Kurven

Eigenschaften und Bezeichnungen von *Snakes*

- $\gamma(s)$ Kurve $\gamma : [a, b] \mapsto \mathbb{R}^2$ (Bildebene)
- s ist die Euklidische Parametrisierung, d.h. $|\gamma'| = 1$
- $L(\gamma)$ ist die Länge der Kurve γ
  $L(\gamma) = \int_a^b |\gamma'(s)| \, \mathrm{d}s$
- $\vec{n}(s) = \gamma'(s)^\perp \qquad$ wobei $v = (x, y) \quad v^\perp = (-y, x)$
- $Du = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix}$

Allgemeines Vorgehen zur Kantenbestimmung mit Snakes

- Es wird eine Ausgangskurve nahe des gewünschten Objekts vorgegeben.
- Um die Kante mithilfe einer Kurve zu finden, muss man den *Gradienten* der Graustufenfunktion entlang der Kurve betrachten.
- Die Kurve wird in die Richtung des größten *Kontrastes* "gezogen".
- Ist die Kurve an einer Stelle, wo bereits maximaler Kontrast herrscht, befindet sie sich an einer Hildreth-Marr Kante.
- Dazu gibt es verschiedene Modelle.

Kass-Witkin-Terzapoulus Modell

- original Snake Modell

$$\int_0^{L(\gamma)} g(|Du(\gamma(s))|)\,\mathrm{d}s + C\int_0^{L(\gamma)}(a + |\gamma''(s)|)\,\mathrm{d}s \to \min$$

- Der erste Term gibt den Kontrast, der zweite die "Glattheit" der Kurve an.
- Die beiden Terme werden auch äußere und innere Energie genannt.
- Nur die äußere Energie beinhaltet Informationen aus dem Bild.
- Die Funktion g im ersten Term wird *Kontrastfunktion* genannt. Sie ist in diesem Modell fallend.

Fua-Leclerc-Modell

$$\frac{1}{L(\gamma)} \int_0^{L(\gamma)} g(|Du(\gamma(s))|) \, \mathrm{d}s \to \max$$

- Es wird der maximale *durchschnittliche* Kontrast gesucht.
- g ist in diesem Modell eine wachsende, positive und gerade Funktion.
- Die innere Energie bzw. das Aussehen der Kurve wird nicht mehr betrachtet.

Verbesserung des Modells

Es wird anstatt $|Du(\gamma(s))|$ der folgende Term verwendet

$$u_n(s) = \frac{\partial u}{\partial n}(s) = Du(\gamma(s)) \bullet \vec{n}(s)$$

Es wird der Kontrast *senkrecht* zur Kurve betrachtet.

Also ergibt sich als neue Energie:

$$\frac{1}{L(\gamma)} \int_0^{L(\gamma)} g(u_n(s)) \, \mathrm{d}s$$

Bemerkungen zu den verschiedenen Modellen

- Die Kurve mit der kleinsten Länge und dem größten Kontrast würde immer in einen Punkt zusammenfallen. Deshalb muss man in allen Modellen nach lokalen Extrema suchen.
- Die maximalen Kontrast-Stellen entlang γ sind Hildreth-Marr Kanten.
  Das heißt $\int_0^{L(\gamma)} g(u_n(s))$ besitzt an einer Hildreth-Marr Kante ein lokales Extremum.
- Die lokalen Extrema hängen aber noch stark von folgenden Faktoren ab:
  - Startposition
  - Kontrastfunktion g

Gateaux Ableitung

Kimmel-Bruckstein Energie:

$$E(\gamma) = \int_0^{L(\gamma)} g(u_n(s))\,\mathrm{d}s$$

- Zunächst wird die Energie ohne den Faktor $\frac{1}{L(\gamma)}$ betrachtet
- Um dieses Funktional ableiten zu können, bedarf es anderen Verfahren als bei einer normalen Gradientenbildung
- In diesem Fall wird die *Gateaux Ableitung* des obigen Funktionals gebildet
- Bei einer *Gateaux Ableitung* wird in die "Richtung" einer *Funktion*, in diesem Fall $\varepsilon : [0, L(\gamma)] \mapsto \mathbb{R}^2$ abgeleitet:

$$\nabla_\varepsilon E(\gamma) = \lim_{\lambda \to 0} \frac{E(\gamma + \lambda\varepsilon) - E(\gamma)}{\lambda} = \frac{d}{d\lambda} E(\gamma + \lambda\varepsilon)\Big|_{\lambda=0}$$

Ableitung der Kimmel-Bruckstein Energie

- Führt man die Gateaux Ableitung aus, bekommt man $\nabla_\varepsilon E(\gamma)$, das von dem gewählten ε abhängt.
- Betrachtet man jetzt nur die Ableitung in die Normalenrichtung $\vec{n}$, ergibt sich vereinfacht:

$$\nabla E(\gamma) = (g'(u_n))'(Du^\perp(\gamma) \bullet \vec{n})\vec{n} + g'(u_n)\Delta u(\gamma)\vec{n} - h(u_n)\gamma''$$

wobei

$$h(t) = g(t) - tg'(t) \quad \text{und} \quad \Delta u(x,y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x,y)$$

Liefert die Snake auch wirklich Hildreth-Marr Kanten?

Man kann diese Ableitung für Anwendungsfälle noch weiter vereinfachen:

- Man setzt $g(t) = |t|$. Das ist eine Standardform von $g(t)$ und bewirkt, dass $h(t) = 0$ ist.

$$\Rightarrow \quad \nabla E(\gamma) = ((g'(u_n))'(Du^{\perp}(\gamma) \bullet \vec{n})\vec{n} + g'(u_n)\Delta u(\gamma)\vec{n}$$

- Wenn u_n konstantes Vorzeichen auf γ hat, ergibt sich $g'(u_n) = \mathrm{sign}(u_n) = \pm 1$ und deshalb $(g'(u_n))' = 0$.

$$\Rightarrow \quad \nabla E(\gamma) = \mathrm{sign}(u_n)\Delta u(\gamma)\vec{n}$$

In der letzten Gleichung sieht man gut, dass eine Hildreth-Marr Kante ein stabiler Zustand der Snake ist, da dort $\nabla E(\gamma) = 0$ ist.

Ableitung der Fua-Leclerc Energie

- Es wird eine geschlossene Kurve gesucht deren *durchschnittlicher* Kontrast maximal wird.

$$F(\gamma) = \frac{1}{L(\gamma)} \int_0^{L(\gamma)} g(u_n(s))\,\mathrm{d}s = \frac{E(\gamma)}{L(\gamma)}$$

- Wie zuvor bildet man die *Gateaux Ableitung* in “Richtung“ ε

$$\nabla_\varepsilon F(\gamma) = \frac{1}{L(\gamma)}(\nabla_\varepsilon E(\gamma) - F(\gamma)\nabla_\varepsilon L(\gamma))$$

- Gleiche Annahmen wie zuvor:
  - Man betrachtet nur die Ableitung in Normalenrichtung $\vec{n}$
  - $g(t) = |t|$
  - u_n ändert sein Vorzeichen entlang der Kurve nicht

$$\Rightarrow \quad \nabla F(\gamma) = \mathrm{sign}(u_n)\Delta u(\gamma)\vec{n} + F(\gamma)\gamma''$$

Numerisches Modell

- Wir betrachten jetzt eine nicht Euklidische Parametrisierung $\gamma(p) : [a, b] \mapsto \mathbb{R}^2$
  Die Energie, die maximiert werden soll, sieht dann folgendermaßen aus:

$$F(\gamma) = \frac{\int_a^b g(Du(\gamma(p)) \bullet \frac{\gamma'(p)^\perp}{|\gamma'(p)|})|\gamma'(p)| \, \mathrm{d}p}{\int_a^b |\gamma'(p)| \, \mathrm{d}p}$$

- Jetzt betrachten wir die Snake als Polygonzug $M_1 ... M_n$, wobei

$$L = \sum_i \|\Delta_i\| \qquad \text{mit} \qquad \Delta_i = M_{i+1} - M_i$$

Diskreter Polygonenzug

Jetzt kann man die diskrete Energie $F = \frac{E}{L}$ so schreiben:

$$E = \sum_i g(t_i)\|\Delta_i\| \qquad L = \sum_i \|\Delta_i\|$$

wobei

$$t_i = \omega_i \frac{\Delta_i}{\|\Delta_i\|}^{\perp} \qquad \omega_i = Du(\Omega_i) \qquad \Omega_i = \frac{M_i + M_{i+1}}{2}$$

also ergibt sich als Ableitung nach M_k

$$\nabla_{M_k} F = \frac{1}{L}(\nabla_{M_k} E - F \nabla_{M_k} L)$$

Vorgehensweise

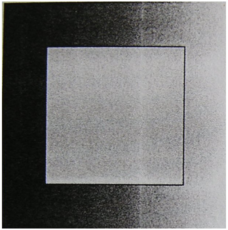
- Zunächst die Snake auf Bogenlänge parametrisieren.
  Es bringt Stabilität in das Schema und Singularitäten treten nicht so schnell auf.
- Gradientenentwicklung
  Sei $(M_i^n)_i$ der Polygonenzug der die Snake im n-ten Schritt darstellt und $(\tilde{M}_i^n)_i$ die reparametrisierte Version nach Schritt 1, dann setzt man:

$$M_i^{n+1} = \tilde{M}_i^n + \delta \nabla_{\tilde{M}_i^n} F \qquad \text{wobei } \delta \text{ die Schrittweite ist}$$

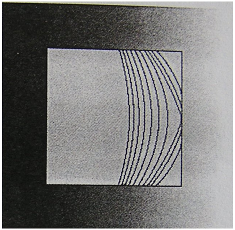
Wahl der Kontrastfunktion g

- Die Wahl der Kontrastfunktion hat sehr großen Einfluss auf das Ergebnis.
- Bisher war nur vorrausgesetzt g muss positiv, wachsend und gerade sein und dazu $g(t) = |t|$ betrachtet.
- Im Folgenden wird man sehen, warum es nicht die ideale Wahl von g ist und welche Kontrastfunktionen bessere Ergebnisse liefern.

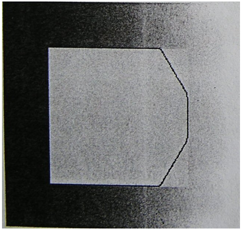
Beispiele für die Auswirkungen der Wahl von g



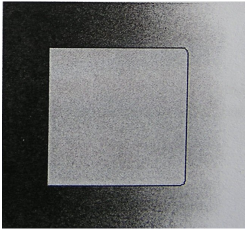
(a) Original Bild



(b) $g(t) = |t|$



(c) $g(t) = |t|^{0.85}$



(d) $g(t) = |t|^{0.5}$

Experimentelle Voraussagen

Wir betrachten die Energie

$$F(\gamma) = \frac{1}{L(\gamma)} \int_0^{L(\gamma)} g(u_n(\gamma(s)))\,\mathrm{d}s \qquad \text{mit} \qquad g(t) = |t|^\alpha$$

- Bei großem α wird die Snake in den Bereichen mit schwachen Kontrast gekürzt
- Ein kleineres α ist besser
  Die Snakes sind meistens stabiler und treuer an den Kanten.

Fazit

- Snakes funktionieren, im Gegensatz zu vielen anderen Verfahren zur Kantenextraktion, nicht vollautomatisch.
- Man muss viele Parameter selbst und für das Problem angepasst setzen:
  - die Funktion g
    Wobei $g(t) = |t|^\alpha$ mit kleinem α meistens gute Ergebnisse liefert.
  - der Polygonzug am Anfang
  - Gradientenschrittweite δ

Vergleich mit anderen Methoden

- Es ergibt sich genau eine geschlossene Kurve.
  Nicht das gesamte Bild wird segmentiert.
- Snakes nur verwenden, wenn man ein einzelnes Objekt isolieren will und bereit ist die vielen Parameter vorher von Hand zu bestimmen.
  Ansonsten sind automatisierte Verfahren meist besser.
- Die hier vorgestellten Snakes können sich nicht an weit entfernte Objekte “rantasten“ und sich auch nicht in Wölbungen oder Einbuchtungen ausbreiten.
  $\rightarrow$ mögliche Lösung sind Gradient-Vector-Flow-Snakes (GVF-Snakes).

Klassische- vs. GVF-Snakes

(a) Beginn Klassische -Snake

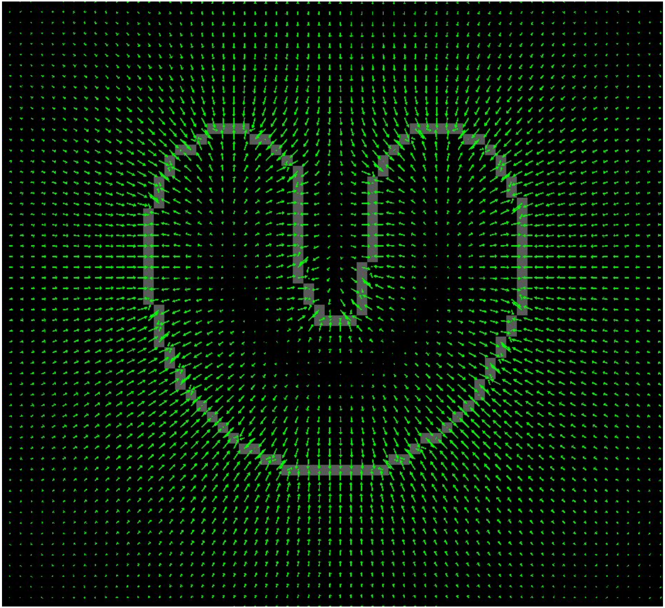
(b) Stabile Klassiche -Snake

(c) Beginn GVF -Snake

(d) Stabile GVF -Snake

- (a) und (b): Die klassische Snake kann sich nicht in die Einbuchtung des “U“ ausbreiten, da nur der Kontrast in der nächten Umgebung betrachet wird.
- (c) und (d): Die GVF-Snake findet auch aus größerer Entfernung die Kante und kann auch sich in die Einbuchtung ausbreiten.

Gradient Vector Flow Field



Literatur und URLs

[1] S. Osher, N. Paragios, eds.
Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics
Kap II, §5
Springer, 2003

[2] GVF-Snakes
http://iacl.ece.jhu.edu/projects/gvf/

[3] Beispiele zu verschiedenen Snake Modellen
http://iacl.ece.jhu.edu/~chenyang/research/levset/movie

[4] Java-Applet zum experimentieren mit Snakes
http://www.markschulze.net/snakes/