

# Wasserscheiden-Ansätze zur Bildsegmentierung I

---

Stefan Sugg

19.12.2005

---

# Gliederung

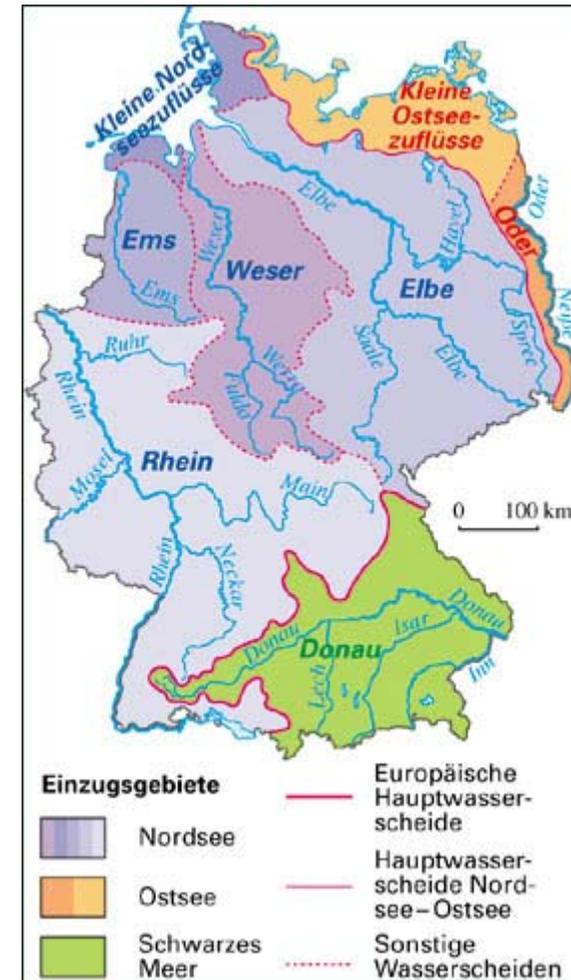
1. Einführung
  2. Morphologische Grundlagen
  3. Simulation durch Überflutung
  4. Algorithmus
  5. Vorbereitung des Bildes
  6. Markerkontrollierte Segmentierung
  7. Anwendung
-



# 1. Einführung

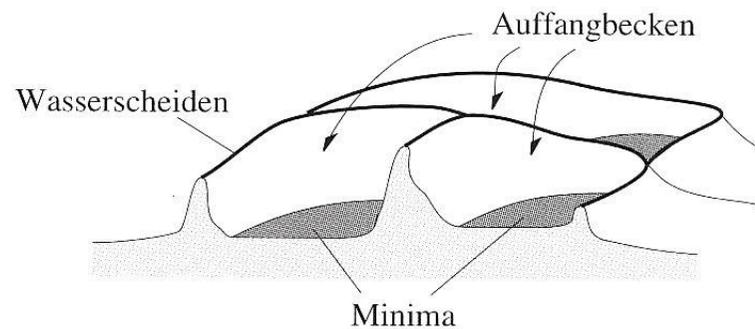
# Einführung

- n Die Idee der Wasserscheiden-  
transformation stammt aus den  
Geowissenschaften.
- n Als Wasserscheide wird der Grenzverlauf  
der Einzugsgebiete des abfließenden  
Wassers zweier oder mehrerer Fluss-  
systeme bezeichnet.



# Einführung

- n Lassen wir einen Wassertropfen auf einen beliebigen Punkt der Oberfläche fallen, so wird er in Richtung des stärksten Gefälles fließen bis er ein lokales Minimum erreicht.
- n Die gesamte Punktemenge die dem gleichen Minimum entgegenstrebt wird als Auffangbecken bezeichnet.



---

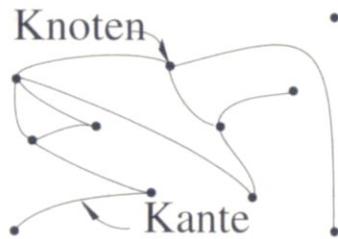
## 2. Morphologische Grundlagen

---

# Morphologische Grundlagen

n Ungerichteter Graph

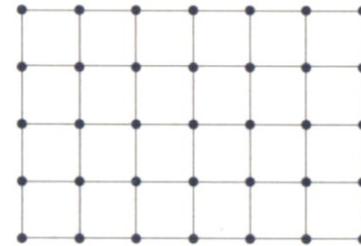
$$G = (V, E) \quad , \quad V = (v_1, v_2, \dots, v_n) \\ , \quad E = (e_1, e_2, \dots, e_m)$$



(a) Allgemeiner Graph.



(b) Sechseckiger Graph.



(c) 4-Nachbarschafts- oder *Manhattan*-Graph.

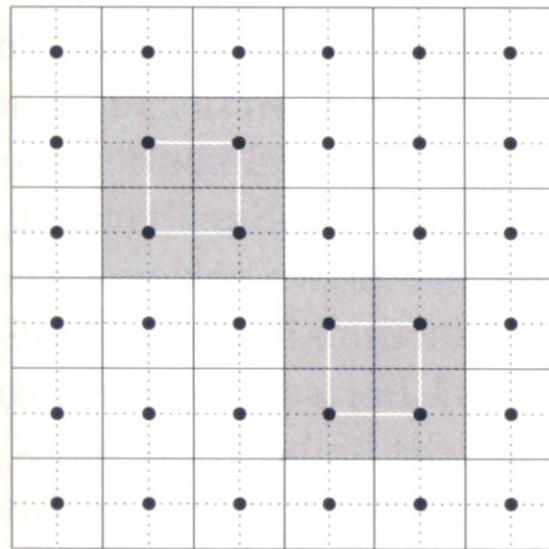
n Nachbarn

$$N_G(v) = \{v' \in V \mid (v, v') \in E\}$$

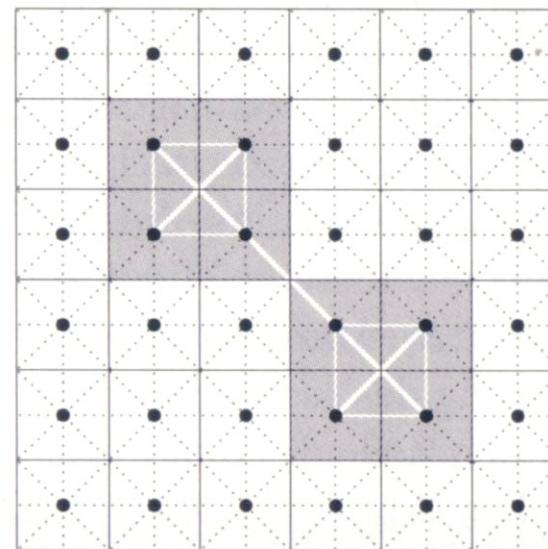
# Morphologische Grundlagen

n Weg  $P = ( v_0, v_1, \dots, v_l )$

n Zusammenhang zwischen allen Knoten einer Menge A existiert ein Weg in A



(a) Eine digitale Menge in 4-Zusammenhang.



(b) Dieselbe Menge wie in (a), aber in 8-Zusammenhang.

# Morphologische Grundlagen

n Diskrete Distanzfunktion

$$d_G(x, y) = \min \{ L(P) \mid P \text{ Weg, der } x \text{ mit } y \text{ in } G \text{ verbindet} \}$$

$$d_G(x, Y) = \min \{ d_G(x, y), y \in Y \}$$

6	5	4	3	4	5	6
5	4	3	2	3	4	5
4	3	2	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	2	3	4
5	4	3	2	3	4	5
6	5	4	3	4	5	6

(a) 4-benachbarte Distanzfunktion  $D_4$ .

3	3	3	3	3	3	3
3	2	2	2	2	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	1	0	1	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	3

(b) 8-benachbarte Distanzfunktion  $D_8$ .

# Morphologische Grundlagen

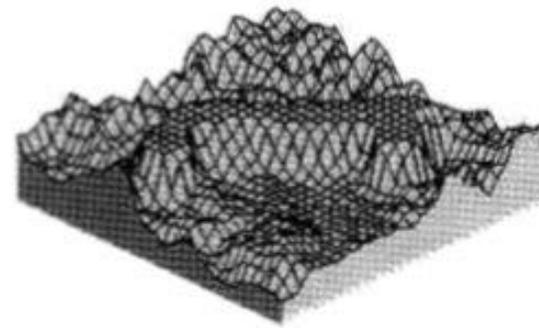
- n Grauwertbild  $f : D_f \subset Z^n \rightarrow \{0, 1, \dots, t_{\max}\}$ , d.h. jedem Pixel  $x \in Z^n$  wird durch das Bild ein Grauwert  $f(x) \in \{0, \dots, t_{\max}\}$  zugeordnet

Der Graph des Grauwertbildes lässt sich nun auf folgende Weise darstellen.

$$G(f) = \{(x, t) \in Z^n \times \mathbb{N}_0 \mid t = f(x)\}$$

Als Untergraph des Bildes wird folgende Menge bezeichnet.

$$UG(f) = \{(x, t) \in Z^n \times \mathbb{N}_0 \mid 0 \leq t \leq f(x)\}$$



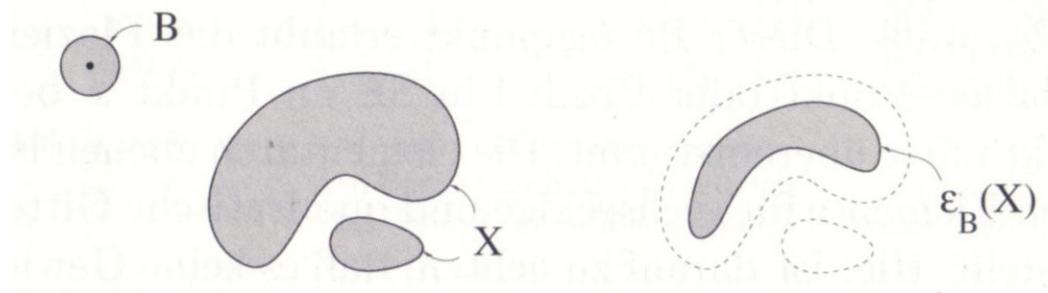
# Morphologische Grundlagen

- n In der Morphologie verwendet man sog. strukturierende Elemente um Mengen (Bilder) zu untersuchen.  
Die 2 elementaren Operatoren, die auf die SE angewandt werden sind Erosion und Dilatation.

§ Erosion einer Menge X bezüglich eines SE B

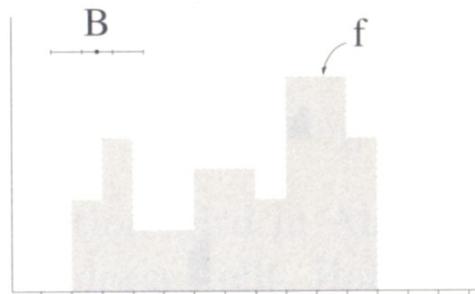
$$\varepsilon_B(X) = \{x \mid B_x \subseteq X\}$$

$$\text{bzw. } \varepsilon_B(X) = \bigwedge_{b \in B} f_{-b}$$

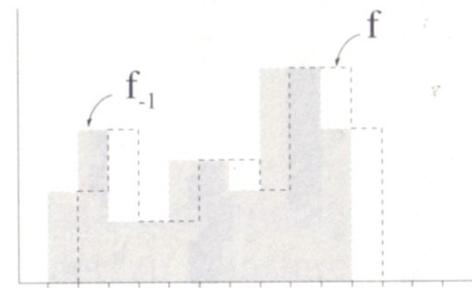


# Morphologische Grundlagen

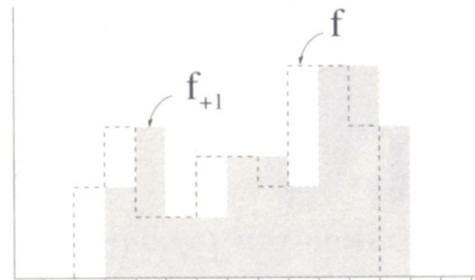
## § Erosion eines Grauwertbildes



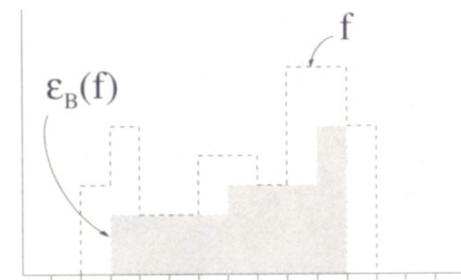
(a) 1D-Signal  $f$  und SE  $B$ .



(b) Verschiebung von  $f$  durch  $-1$ :  $f_{-1}$ .



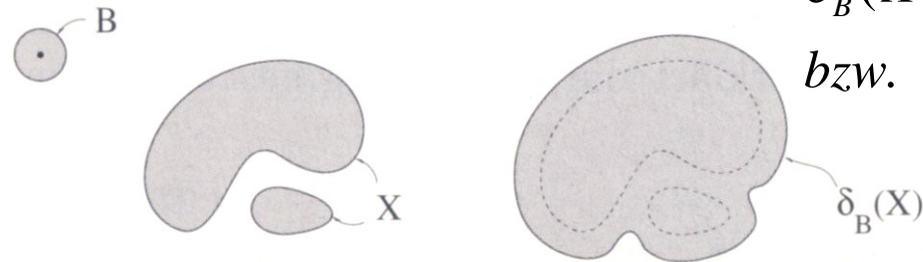
(c) Verschiebung von  $f$  durch  $+1$ :  $f_{+1}$ .



(d)  $\epsilon_B(f) = \wedge\{f, f_{-1}, f_{+1}\}$ .

# Morphologische Grundlagen

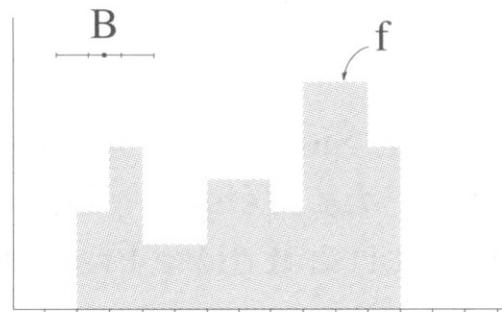
- § Dilatation einer Menge  $X$  bezüglich eines SE  $B$



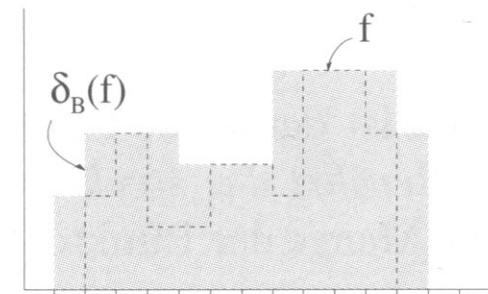
$$\delta_B(X) = \{ x \mid B_x \cap X \neq \emptyset \}$$

$$\text{bzw. } \delta_B(X) = \bigvee_{b \in B} f_{-b}$$

- § Dilatation eines Grauwertbildes:



(a) 1D-Signal  $f$  und SE  $B$ .

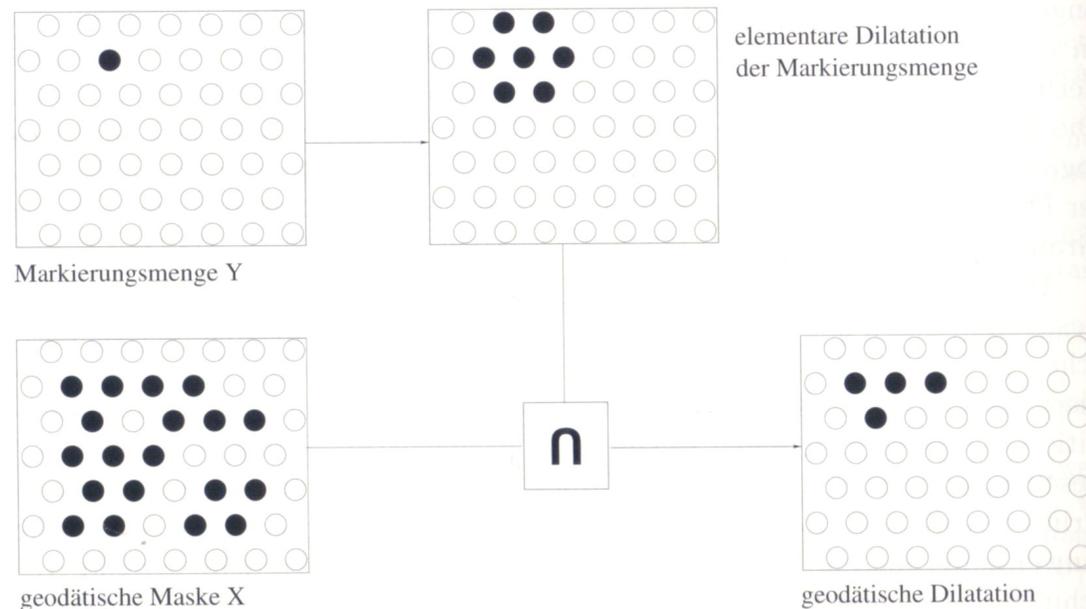


(b)  $\delta_B(f) = \bigvee \{f, f_{-1}, f_{+1}\}$ .

# Morphologische Grundlagen

## n Geodätische Dilatation

Markierungsbild  $f$  und Maskenbild  $g$  werden benötigt. Das Markierungsbild wird durch das elementare SE dilatiert.

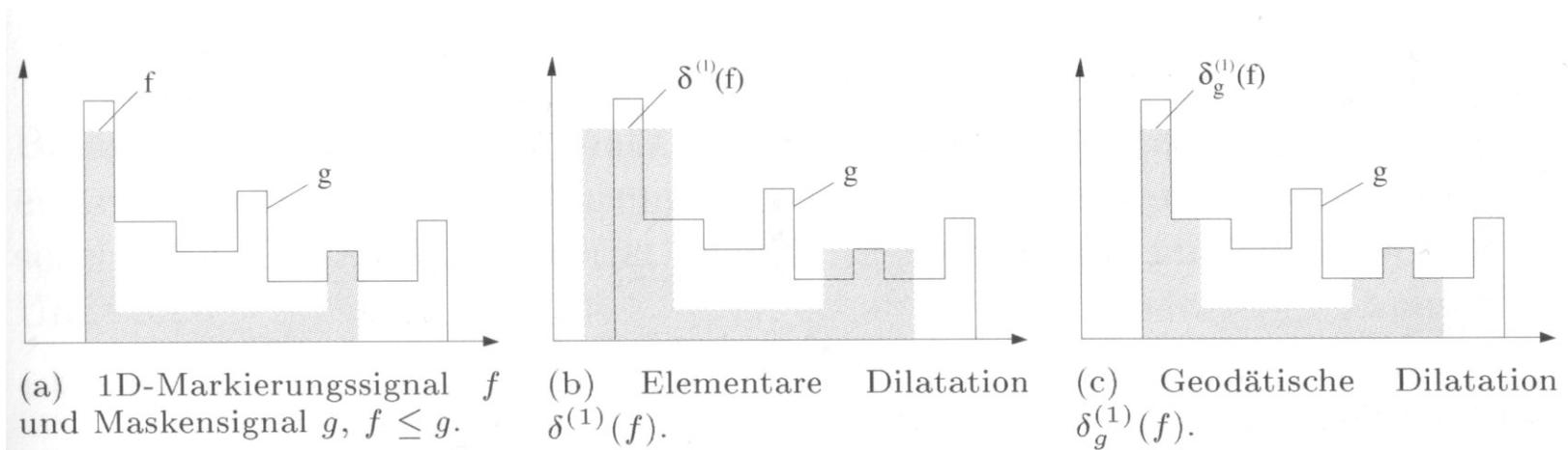


$$\delta_g^{(1)}(f) = \delta^{(1)}(f) \wedge g$$

Dieser Operator ist extensiv.  
Die stabile Menge die sich durch wiederholtes Anwenden ergibt nennen wir  $R_g(f)$

# Morphologische Grundlagen

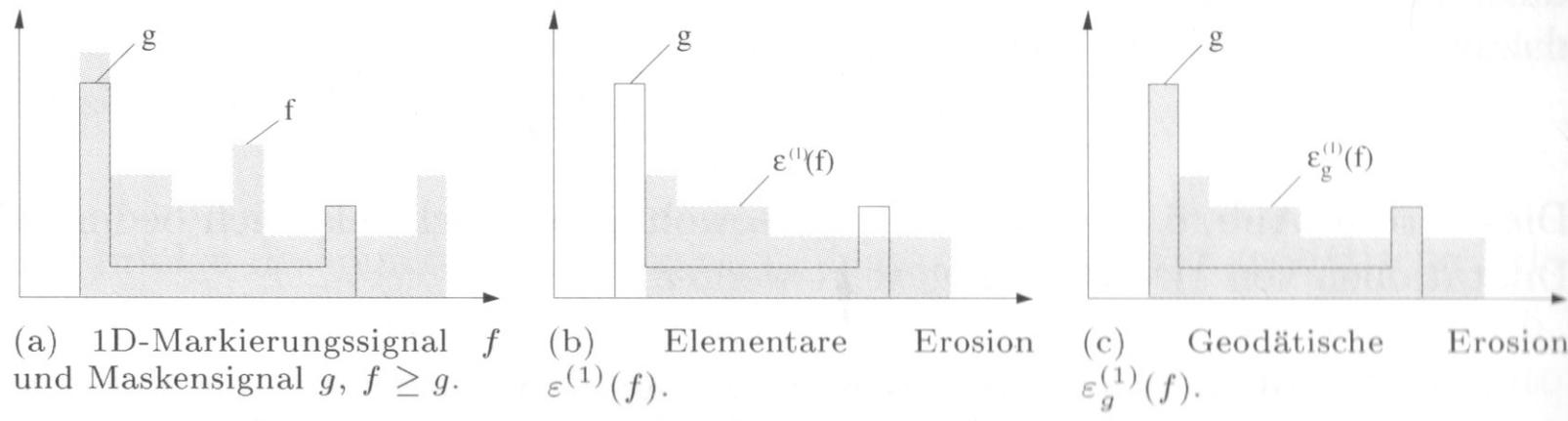
## n Geodätische Dilatation eines Grauwertbildes



# Morphologische Grundlagen

- n Geodätische Erosion wieder werden Markierungsbild  $f$  und Maskenbild  $g$  benötigt

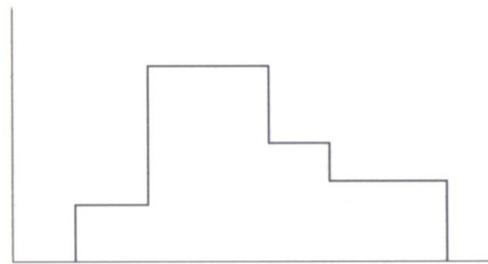
$$\varepsilon_g^{(1)}(f) = \varepsilon^{(1)}(f) \vee g$$



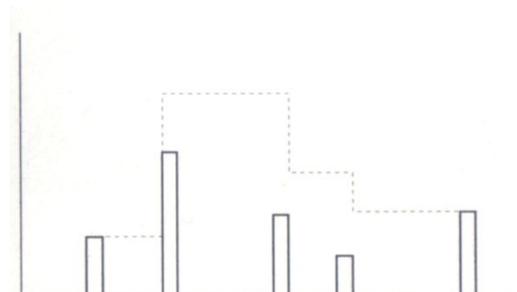
Die stabile Menge der geodätischen Erosion wird mit  $R_g^*(f)$  bezeichnet. Diese Menge wird auch Rekonstruktion durch Erosion genannt.

# Morphologische Grundlagen

§ Interner Gradient:  $\rho^-(f) = f - \varepsilon_B(f)$



1D-Eingangssignal  $f$ .

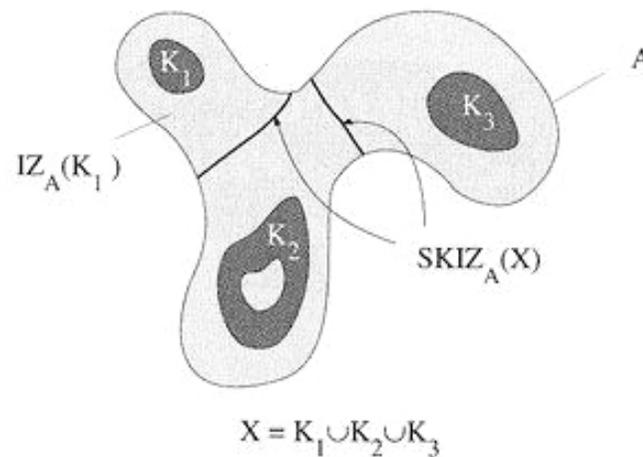


Interner Gradient  $\rho^-(f) = f - \varepsilon_B(f)$ .

# Morphologische Grundlagen

## n Geodätische Einflusszone

$$IZ_A(K_i) = \{ x \in A, \forall j \in [1, N] \setminus \{i\}, d_A(x, K_i) < d_A(x, K_j) \}$$



Das geodätische Skelett ergibt sich als Grenze der geodätischen Einflusszonen.

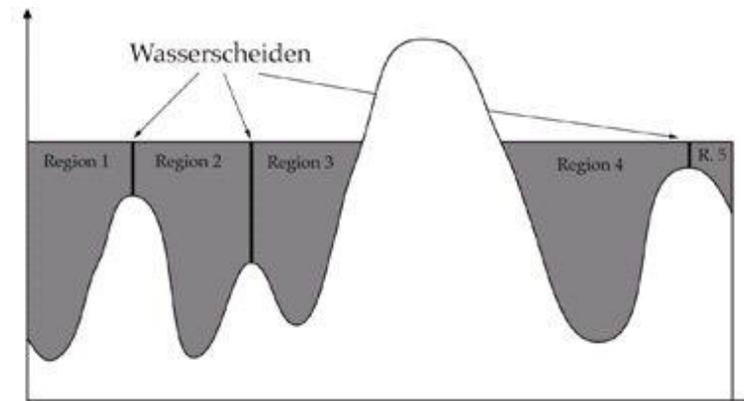
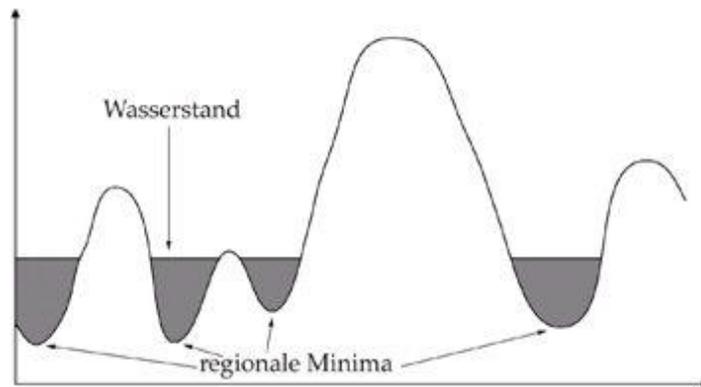
---

### 3. Simulation durch Überflutung

---

# Simulation durch Überflutung

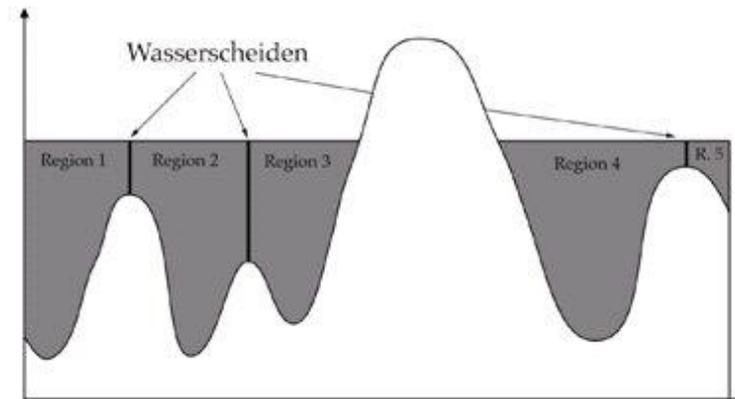
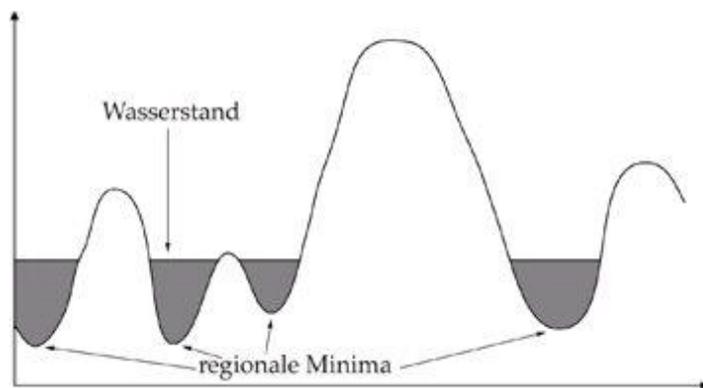
- n Die Definition der Wasserscheiden durch Wasserflüsse ist für die algorithmische Implementierung nicht gut geeignet, da die Flussrichtung in vielen Fällen nicht eindeutig bestimmt ist.
- n Die Idee der Wasserscheidentransformation besteht nun darin, den Graphen des Grauwertbildes zu fluten und die dazugehörigen Wasserscheiden zu bestimmen.



# Simulation durch Überflutung

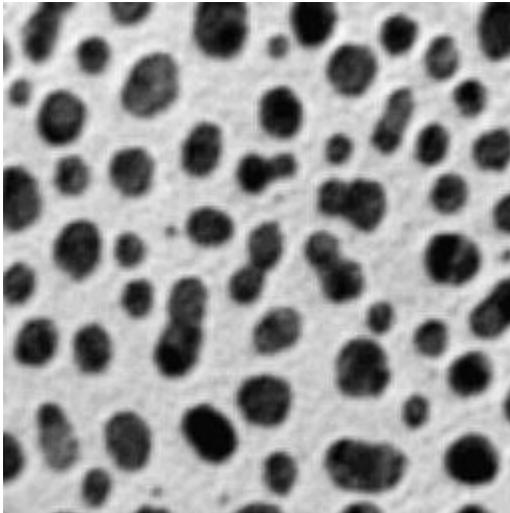
§ Die Definition der Wasserscheiden, durch die Simulation von Überflutung, löst diese Probleme.

1. Interpretiere alle lokalen Minima als Quellen.
2. Überflute die Oberfläche langsam, so dass Seen entstehen.
3. Baue Dämme an den Stellen, an denen sich das Wasser aus 2 Seen vereinigt
4. Interpretiere Dämme als Wasserscheiden.

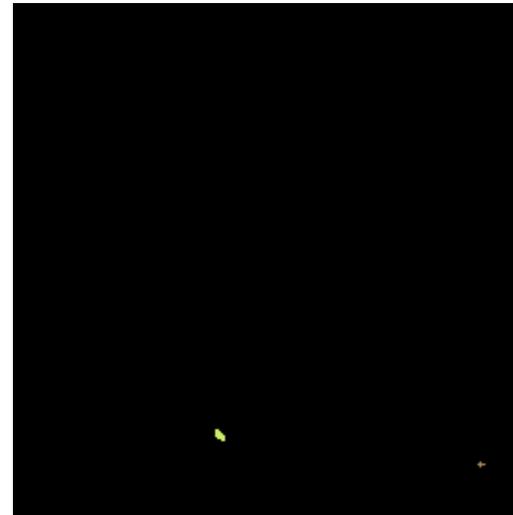


---

# Simulation durch Überflutung



Ausgangsbild



Überflutung



# Simulation durch Überflutung

## n Mathematische Größen

Menge der Minima:  $M_i \subset D_f, i = 1, \dots, l$

$$RMIN_h(f)$$

Auffangbecken:  $AB(M_i) \subset D_f$

$$AB_h(M_i) = \{x \in AB(M_i) \mid f(x) \leq h\} = AB(M_i) \cap T_{t < h}(f)$$

$$X_h = \bigcup_i AB_h(M_i)$$

Operatoren:  $T_h = \{x \in D_f \mid f(x) \leq h\}$

---

# 4. Algorithmus

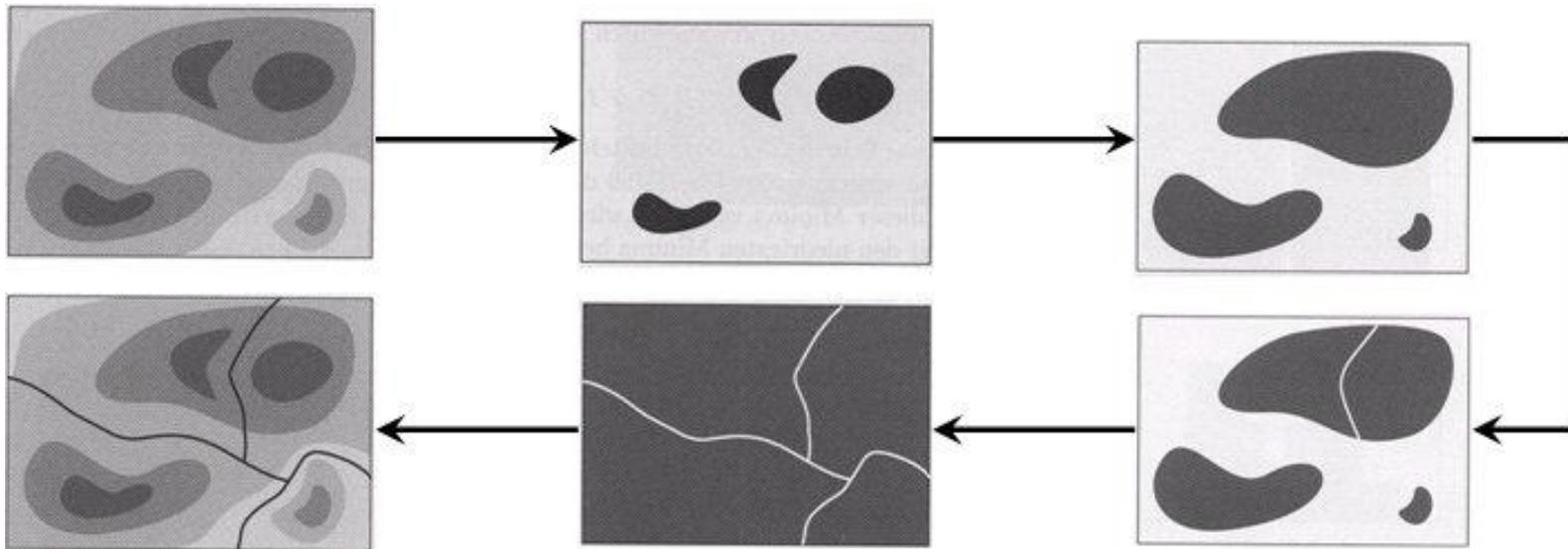
---

# Algorithmus

Für die  $X_h$  gilt folgende Rekursion:

(i)  $X_{h_{\min}} = T_{h_{\min}}(f)$

(ii)  $\forall h \in [h_{\min}, h_{\max} - 1], X_{h+1} = RMIN_{h+1}(f) \cup IZ_{T_t \leq h+1}(f)(X_h)$



# Algorithmus

- n Die Idee des Algorithmus besteht nun darin alle Werte von  $h$  zu durchlaufen und die Punkte, die durch Erhöhung des Wasserpegels von  $h \rightarrow h+1$  geflutet werden, entweder bereits existierenden Auffangbecken zuzuordnen oder neue Auffangbecken entstehen zu lassen.
- n Sei  $Y$  eine zusammenhängende Komponente von  $T_{h+1}$ , dann gibt es drei Möglichkeiten wie die Menge  $Y \setminus X_h$  zugeordnet werden muss.

(i)  $X_h \cap Y = \emptyset \Rightarrow$  *durch  $Y$  entsteht ein neues Auffangbecken*

(ii)  $X_h \cap Y \neq \emptyset$  und zshg.  $\Rightarrow$   *$Y$  erweitert ein bestehendes Auffangbecken*

(iii)  $X_h \cap Y \neq \emptyset$  und nicht zshg.  $\Rightarrow$   *$Y$  enthält mehr als ein Minimum und muss entsprechend auf mehrere Auffangbecken aufgeteilt werden*

---

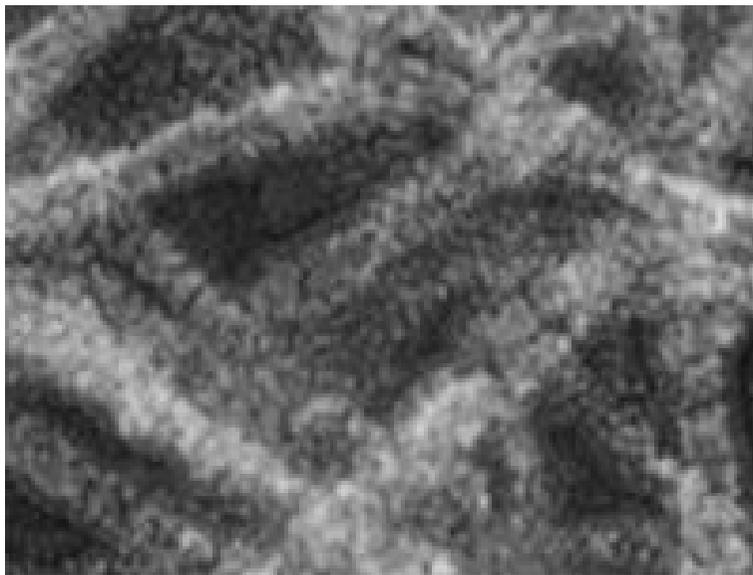
# 5. Vorbereitung des Bildes

---

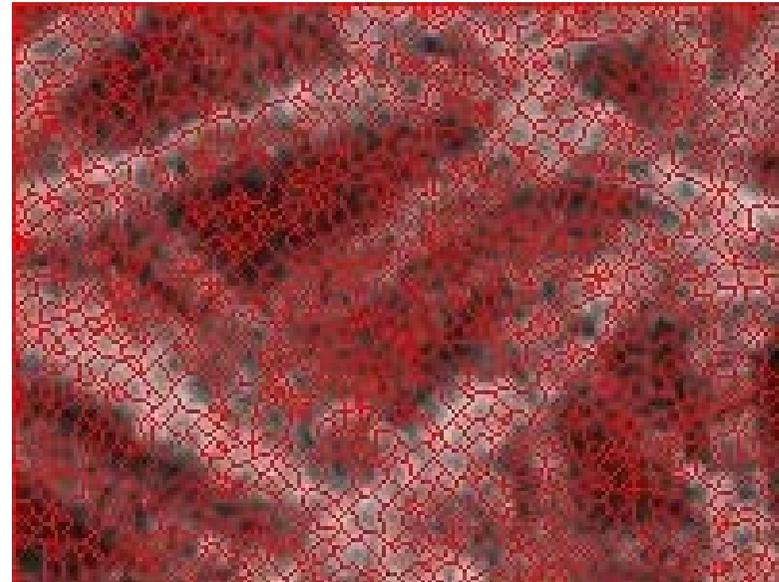
---

# Vorbereitung des Bildes

- n Folgendes Beispiel zeigt, dass die Wasserscheidentransformation nicht für beliebige Bilder sinnvolle Resultate liefert:



Ausgangsbild



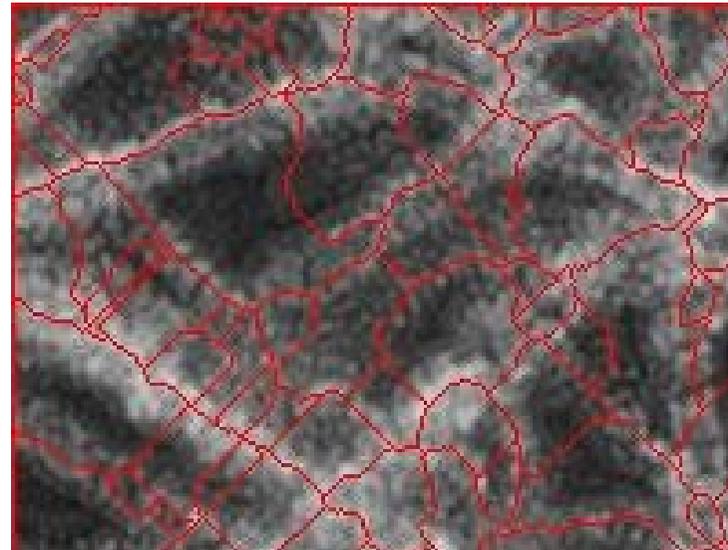
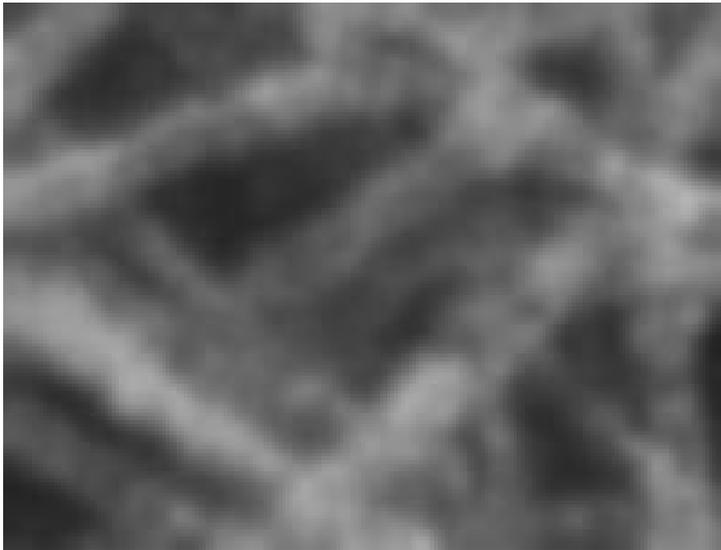
Wasserscheidentransformation  
ohne Vorverarbeitung

---

---

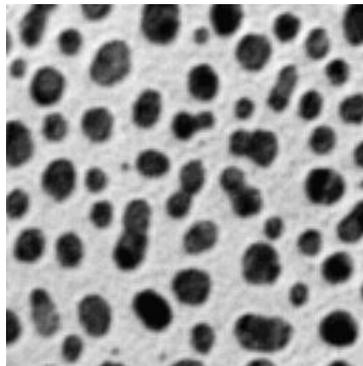
# Vorbereitung des Bildes

- n Sinnvollere Ergebnis durch Vorbereitung:



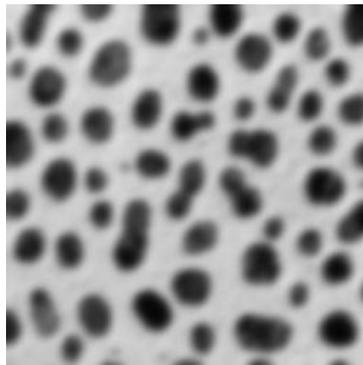
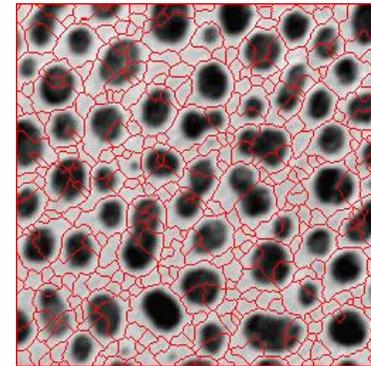
# Vorbereitung des Bildes

Weiteres Beispiel:



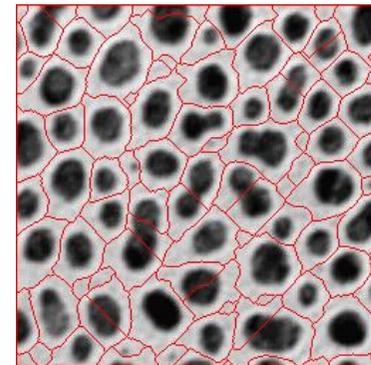
← Originalbild

Wasserscheidentransformation →



← geglättetes Bild

Wasserscheidentransformation →



---

## 6. Markerkontrollierte Segmentierung

---

# Markerkontrollierte Segmentierung

- n Idee: Transformation des Bildes derart, dass die Wasserscheiden des transformierten Bildes aussagekräftigen Objektgrenzen entsprechen.
- n Das transformierte Bild wird Segmentierungsfunktion genannt.
- n Segmentierungsfunktion muss gefiltert werden, damit die irrelevanten Minima verschwinden.

→ Minimaauferlegungstechnik:

§ Markierungsbild  $f_m(x) = 0$ , wenn  $x$  Teil eines Markers  
 $f_m(x) = t_{\max}$ , sonst

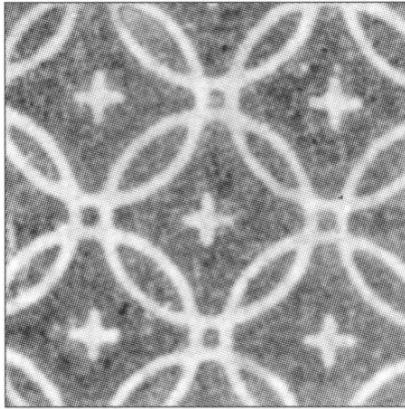
§ Bestimme nun  $R_{[(f+1) \wedge f_m]}^*(f_m)$

---

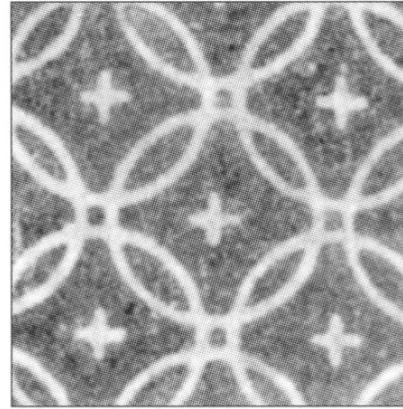
# Markerkontrollierte Segmentierung

- § Wenn die Bildobjekte nahezu gleichen Grauwert besitzen, dann kann ein Gradientenoperator die Objektgrenzen hervorheben.
  - § Wenn die Bildobjekte Regionen mit homogener Textur sind, sollten Operatoren, die den Übergang zwischen zwei Texturen hervorheben, benutzt werden.
-

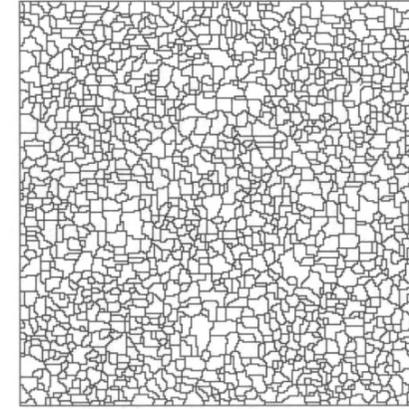
# Markerkontrollierte Segmentierung



(a)  $f_0$ .



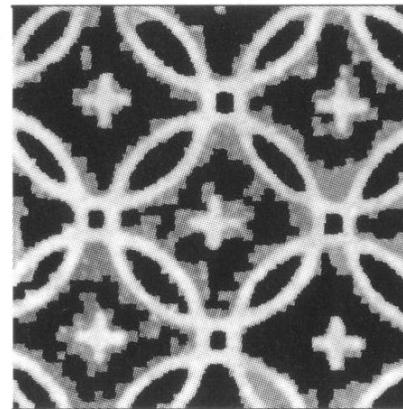
(b)  $f_1 = f_0$ .



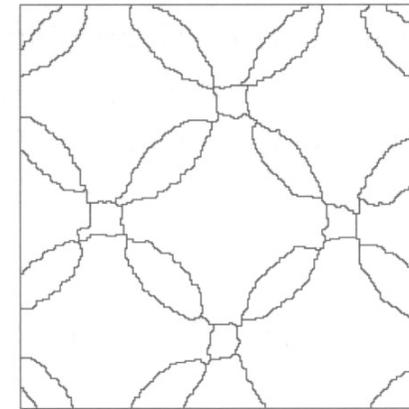
(c)  $WS(f_1)$ .



(d)  $f_m =$  erweiterte Minima von  $f_0$ .



(e)  $f_2 = R_{(f_1 \wedge f_m)}^*(f_m)$ .



(f)  $SEG(f) = WS(f_2)$ .

---

# 7. Anwendung

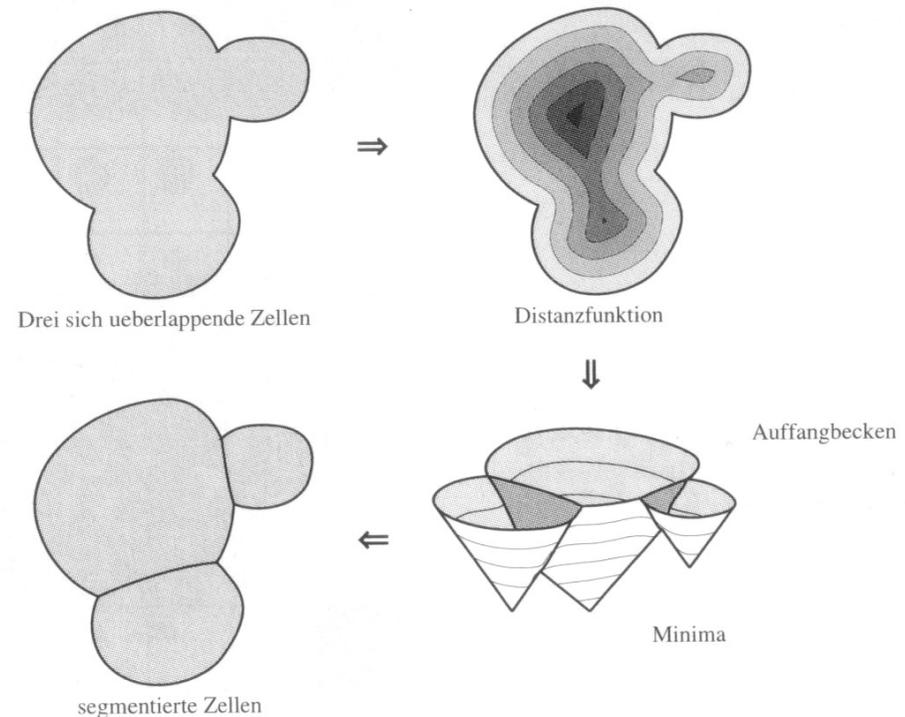
---

# Anwendungsbeispiel

- n Bilder mit Objekten, die sich im Grauwert vom Hintergrund unterscheiden, lassen sich mit einem Schwellenwertoperator segmentieren.

- n Falls sich die Objekte jedoch überlappen, ist das nicht mehr möglich.

- n Die Inverse der Distanzfunktion ist in diesem Fall eine geeignete Segmentierungsfunktion.



---

# Literatur

- n P. Soille, „Morphologische Bildverarbeitung“, Springer 1998
  - n J.Roerndink, A. Meijster, „The Watershed Transform“
  - n <http://www.wikipedia.de>
-

---

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Frohe Weihnachten und einen guten  
Rutsch ins neue Jahr !

---