Prof. V. Schmidt / F.Voss

WS 2006/07
2.11.2006

Übungen zu Wahrscheinlichkeitsrechnung - Blatt 3

(Abgabe: Donnerstag, 9.11.2006, vor den Übungen)

Aufgabe 1 (5 Punkte)
Es werden zwei positive Zahlen x und y, die beide nicht größer als 2 sind, zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weder das Produkt xy den Wert 1 noch der Quotient y/x den Wert 2 übersteigt.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Der Fußballspieler Kevin K. ist von seinem Heimatverein zu einem ungeliebten Konkurrenten gewechselt. Mit diesem kommt er nun zu einem Meisterschaftsspiel in die alte Heimat zurück. Die Fans des Heimatvereins können ihn entweder jubelnd empfangen oder ihn gnadenlos auspfeifen. Die Wahrscheinlichkeit kein Tor zu schießen sei

- 0.98, falls er eingewechselt und dann ausgepfiffen wird.
- 0.85, falls er eingewechselt und bejubelt wird.
- 0.8, falls er von Beginn an spielt und bejubelt wird.
- 0.95, falls er von Beginn an spielt und ausgepfiffen wird.

Die Wahrscheinlichkeit von Beginn an zu spielen und ausgepfiffen zu werden sei 0.4, von Beginn an zu spielen und bejubelt zu werden sei 0.01, eingewechselt und bejubelt zu werden sei 0.005, eingewechselt und ausgepfiffen zu werden sei 0.5 und falls keines dieser Ereignisse zutrifft, dann sitzt er das ganze Spiel auf der Bank und wird weder ausgepfiffen noch bejubelt.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er beim Spiel mindestens ein Tor?

(b) Wenn er kein Tor schießt, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er ausgepfiffen wurde? (Hinweis: Benutze Aufgabe 4)

Aufgabe 3 (4 Punkte)
In einer Kiste werden bunt gemischt 100 gleichartige Teile ausgeliefert, wovon 65 aus dem Werk I stammen, unter denen sich 3 Ausschussteile befinden, und 35 aus dem Werk II stammen, unter denen sich 2 Ausschussteile befinden. Gib die (bedingten) Wahrscheinlichkeiten dafür an, dass ein zufällig ausgewähltes Teil

(a) ein gutes Teil ist und von Werk II stammt,

(b) ein gutes Teil ist, wenn es vom Werk II stammt,

(c) vom Werk II stammt, wenn es ein gutes Teil ist,

(d) vom Werk I stammt, wenn es ein Ausschussteil ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte)
Gegeben sei der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und eine Menge $B \in \mathcal{F}$ mit $P(B) > 0$. Sei weiter $Q : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$ definiert über $Q(A) = P(A \,|\, B)$. Zeigen Sie, dass $(\Omega, \mathcal{F}, Q)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum ist. Sei $C \in \mathcal{F}$ mit $Q(C) > 0$, zeigen Sie, dass $Q(A \,|\, C) = P(A \,|\, B \cap C)$ gilt.

Aufgabe 5 (6 Punkte)
Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$. Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(a) Es sei $0 < P(A) < 1$. Dann gilt
$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Longleftrightarrow P(B \mid A) = P(B \mid A^c).$$

(b) Es gibt Ereignisse A und B mit
$$0 < P(B) < 1,\; P(A \mid B) = P(A) \text{ und } P(A \cup B) = P(A \cap B).$$