

# COMPUTERTOMOGRAFIE

## Reduzierung von Missing-Wedge-Artefakten der CT mit DIRECTT

*Axel Lange,  
Manfred P. Hentschel,  
Andreas Kupsch,  
André Hilger,  
Ingo Manke, Berlin;  
Sebastian Lück,  
Volker Schmidt, Ulm;  
Roman Grothausmann,  
Berlin und Hannover*

Typische „Missing Wedge“ (MW)-Artefakte in Rekonstruktionen der Computertomographie können mit dem iterativen DIRECTT-Algorithmus (Direkte Iterative Rekonstruktion Computertomographischer Trajektorien) unterdrückt werden. Die durch fehlende Projektionswinkel bedingten MW-Restriktionen betreffen bisher nur Sonderapplikationen der Röntgen- und Neutronentomographie, müssen in der Nanometer auflösenden Elektronentomographie jedoch als Standard akzeptiert werden. Die MW-Artefakte werden besonders effektiv mit einer spezifischen DIRECTT-Prozedur partiell diskreter Zwischenlösungen beseitigt. Für die Beurteilung der Abbildungsqualität werden Rekonstruktionen von vollständigen und unvollständigen Mess- und Modell-Datensätzen erzeugt und mit Ergebnisse anderer Algorithmen (Gefilterte Rückprojektion (FBP) und ART-Methoden) verglichen. Die Fourier-Transformierten der Rekonstruktionen demonstrieren die erfolgreiche Ergänzung der fehlenden Information im MW-Bereich. Zur quantitativen Bewertung der lokalen Rekonstruktionsqualität werden Methoden der räumlichen Statistik eingesetzt.

Das Missing Wedge (MW)-Phänomen (auch: Limited View oder Limited Angle) beschreibt richtungsabhängige fehlerhafte Abbildungen in computertomographischen (CT) Rekonstruktionen. Dieses wird durch einen Typ unvollständiger Datensätze verursacht, der sich durch einen fehlenden Sektor von Projektionswinkeln auszeichnet. Bei eingeschränktem Zugang zu fest installierten Bauteilen und/oder großem Objektumfang, wie er in industriellen Anwendungen auftreten kann, liegt ein integrales MW-Problem vor, das sich in dem entsprechenden Sinogramm durch fehlende Zeilen darstellt. Insbesondere tritt diese Restriktion in Standardaufstellungen der Elektronentomographie und laminographischen Messmethoden auf. Im ersten Fall ist der MW meist durch Limitierungen der Manipulation oder die endliche Lebensdauer der Probe (Degradation) bedingt und geht mit diversen weiteren Abweichungen (ROI, Nichtdurchstrahlbarkeit) von den Idealbedingungen einher [1-3]. Die Projektionssektoren umfassen typischerweise  $120^\circ$  bis  $140^\circ$ . Laminographische Messaufstellungen beinhalten stets einen fehlenden Winkelsektor.

Da die üblichen Filtertypen für tomographische Rekonstruktionen auf vollständigen Datensätzen beruhen (bezüglich Projektionswinkel und Erfassung des Probenvolumens), muss ihre Anwendung zu typischen Artefakten führen. Im hier behandelten Fall eines fehlenden Winkelsektors ergeben sich Elongationen entlang der mittleren Einstrahlrichtung (Bild 1).

In früheren Arbeiten [4-9] wurden Vorzüge des DIRECTT-Algorithmus mit und ohne Restriktionen aufgezeigt. Hier werden bei realistischen MW-Bedingungen integrale und lokale Qualitätsvergleiche eingesetzt. Für besonders schwierige Strukturmerkmale wird eine neuartige Prozedur erprobt, die durch Implementierung eines zweistufig binären Konzeptes in den DIRECTT-Algorithmus die Artefakte effizienter unterdrückt.



Bild 1. Missing-Wedge-Problematik; links: isotropes Modell; Mitte: Winkelverteilung für 120° Projektionssektor und 60° Missing Wedge; rechts: typische Elongationsartefakte der konventionellen gefilterte Rückprojektion (FBP)

Figure 1. The Missing Wedge problem; left: isotropic model; Center: related directions in case of 120° projection sector and 60° missing wedge; right: typical elongation artifacts of conventional Filtered Back Projection (FBP)

## Das DIRECTT-Prinzip

Das Prinzip des DIRECTT-Algorithmus wurde bereits im Zusammenhang mit seinen Möglichkeiten der verbesserten Ortsauflösung beschrieben [2, 3, 5, 6]. Seine wesentlichen Merkmale der iterativen Missing-Wedge-Rekonstruktion sind anhand von Bild 2 a) bis g) nachvollziehbar. Zwecks Erkennbarkeit von Details wird ein Modell mit wenigen Pixeln verwendet. Die Pixelgröße entspricht den Detektorelementen: Bild 2,

- 51<sup>2</sup> Pixel-Modell mit „Kreisscheibe“ (Dichte 0.5) und Ein-Pixel-Objekt (Dichte 1),
- 120° Dichte-Sinogramm auf 180° Untergrund,
- Stand der Technik: Gefilterte Rückprojektion (FBP), Standardabweichung der Differenz zum Modell:  $\Delta\sigma = 60\%$ ;
- DIRECTT-Rekonstruktion („Teilsomme“) mittels 40% Dichte-Auswahl aus c) ( $\alpha = 0.6$ ) mit Gewichtung  $f = 0.2$ : Ermittlung der Gewichte aller Rekonstruktionspixel durch Integration entlang der korrespondierenden sinusartigen „Trajektorien“ im Sinogramm, hier mit Filterung entlang der Sinogrammzeilen ( $1/r^2$ -Filter). Interpoliert wird somit im Sinogramm, anstatt in der Rekonstruktions-Matrix der FBP,
- Differenz-Sinogramm (erstes „Rest-Sinogramm“) von b) und der 120°-Projektion von d),
- DIRECTT Rekonstruktion „rk5“ nach 5 Iterationen (Teilsommen und Projektionen) mit variabler Auswahl  $\alpha$  (0.8, 0.5, 0.3, 0.1, 0) und festem  $f = 0.2$ ; Standardabweichung der Differenz zum Modell:  $\Delta\sigma = 2\%$ ,
- Differenz der „Masse“ von Modell a) und der DIRECTT Rekonstruktion rk5 f):  $\Delta m/m = 8 \cdot 10^{-5}$

Konvergiert das Gewicht der Restsinogramme gegen Null, ist das ursprüngliche Sinogramm bezüglich seines Gewichtes vollständig rekonstruiert. Zu jedem Zeitpunkt ist die Rekonstruktionssumme plus Restsinogramm gleich dem Gewicht des Start-Sinogramms (entsprechend dem Modell). Da in den Restsinogrammen auch negative Werte entstehen können, ist das Gewicht allein jedoch kein ausreichendes Kriterium für eine genaue Rekonstruktion. Vielmehr ist auch die Konvergenz der Varianz des Rest-Sinogramms erforderlich.

Der Algorithmus kann eingeordnet werden als direkte iterative Inversion der Radon-Transformation [10]. Die Radon-Transformation entspricht messtechnisch dichtliegenden Projektionen über einen Voll- oder Halbkreis, deren Inversion mit diskreten Stützstellen mathematisch nicht möglich ist.

Anschaulich betrachtet ergibt sich dies aus der Überlagerung von projizierten Spuren der Objektvoxel im Sinogramm, deren Gewichte deshalb nicht exakt den zugehörigen Pixeln in der Rekonstruktion zugeordnet werden können. Diese Aufgabe kann jedoch durch die Auswahl dominanter Spuren und ihrer nur partiellen Gewichtung, deren Teilrekonstruktion

und der iterativen Wiederholung näherungsweise gelöst werden. Dabei können die Auswahlparameter für die (integralen) Gewichts- oder Kontrastkriterien geeignet gewählt und (konvergenzabhängig) modifiziert werden.

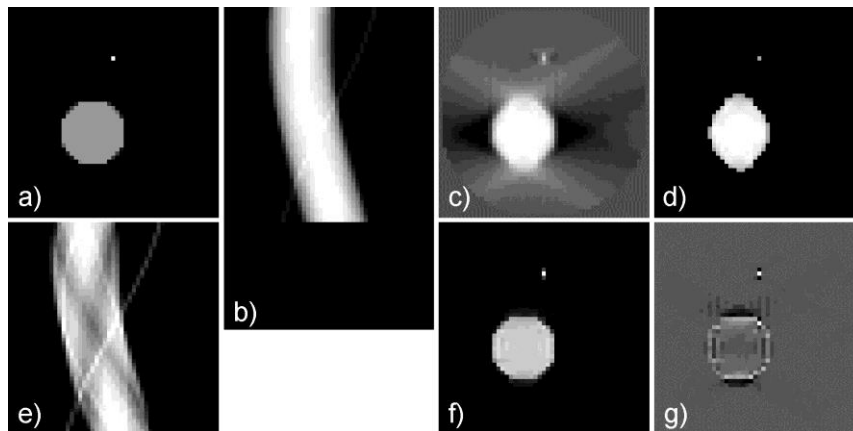


Bild 2. Prinzip der iterativen Missing-Wedge-Rekonstruktion anhand einer Modellrekonstruktion in fünf Iterationsschritten, Standardabweichung  $\Delta\sigma$  der Differenz zum Modell; a)  $512^2$  Pixel-Modell; b)  $120^\circ$  Dichte ( $\mu$ -d)-Sinogramm auf  $180^\circ$  Untergrund; c) FBP als Stand der Technik,  $\Delta\sigma = 60\%$  d) DIRECTT-Rekonstruktion (0. Iteration; „rk0“ mittels 40% Dichte-Auswahl aus b) ( $\alpha = 0.6$ ) mit Gewichtung  $f = 0.2$ ; e)  $120^\circ$ -Sinogramm der Differenz von b) und der Projektion von d); f) DIRECTT Rekonstruktion „rk5“ nach 5 Iterationen mit variabler Auswahl ( $\alpha = 0.8, 0.5, 0.3, 0.1, 0$ ) und festem  $f = 0.2$ ,  $\Delta\sigma = 2\%$  g) Differenz von a) und DIRECTT rk5, Restmasse  $\Delta m = 8 \cdot 10^{-5}$

Figure 2. Principle of the iterative Missing Wedge reconstruction at the example of a 5 cycle reconstruction of a model,  $\Delta\sigma$  is the standard deviation of the difference image reconstruction-model; a) a)  $512^2$  pixel model; b)  $120$  degree density ( $\mu$ -d) sinogram on a  $180$  degree angular range; c) FBP as the state of the art,  $\Delta\sigma = 60\%$  d) DIRECTT reconstruction (zero cycle; “rk0” reconstructed from b) (selection:  $\alpha = 0.6$ , weighting:  $f = 0.2$ ); e)  $120$  degree sinogram of the difference of b) and the projection of d); f) DIRECTT reconstruction “rk5” after 5 cycles with variable selection ( $\alpha = 0.8, 0.5, 0.3, 0.1, 0$ ) at constant weighting  $f = 0.2$ ,  $\Delta\sigma = 2\%$  g) difference of the model a) and DIRECTT rk5, residual mass  $\Delta m = 8 \cdot 10^{-5}$

MW-Rekonstruktionen erfordern prinzipiell keine andere Prozedur als die Rekonstruktion vollständiger Datensätze. Lediglich einige Anpassungen für kleinere Iterationsschritte sind erforderlich, indem der Auswahlparameter  $\alpha$  hoch und der Gewichtungsfaktor  $f$  niedrig gewählt wird.

Die „Differenzsinogramme“ sind für die DIRECTT-Rekonstruktionen im Verlaufe der Iterationszyklen zu beschränken auf die Sinogrammzeilen der gemessenen (oder modellierten) Projektionen, wie in Bild 2 e). Die alternative Möglichkeit der Ergänzung des unvollständigen Startsinogramms mit Leerzeilen, wie in Bild 2 b) würde jedoch den Iterationsfortschritt behindern, da die Projektionen von Teilsummen im Differenzsinogramm als negative Spuren (mit falschem Vorzeichen!) abgelegt werden.

Mit einem Vorzeichenwechsel in diesem MW-Bereich wäre der bezeichnete Mangel zwar beseitigt, aber bei genauer Betrachtung kein Gewinn, da in den nächsten Iterationsschritten eine Repetition der betroffenen Pixelauswahl mit gleicher Gewichtung entsteht.

Lediglich zur Veranschaulichung einer „Erzeugung“ von zusätzlichen Informationen für die Missing Wedge-Winkel kann die beschriebene Sinogramm-Ergänzung deshalb genutzt werden. Die fehlenden Daten weniger Sinogrammzeilen wirken sich im DIRECTT-Algorithmus schwächer auf die richtige Gewichtung der Rekonstruktionspixel aus als in der gefilterten Rückprojektion, weil sich das Gewichtungskriterium jeweils aus den interpolierten Spuren über alle Winkel des Sinogramms ergeben, nicht aus den im Rekonstruktionsraum summierten Ablagen einzeln gefilterter Sinogrammzeilen.

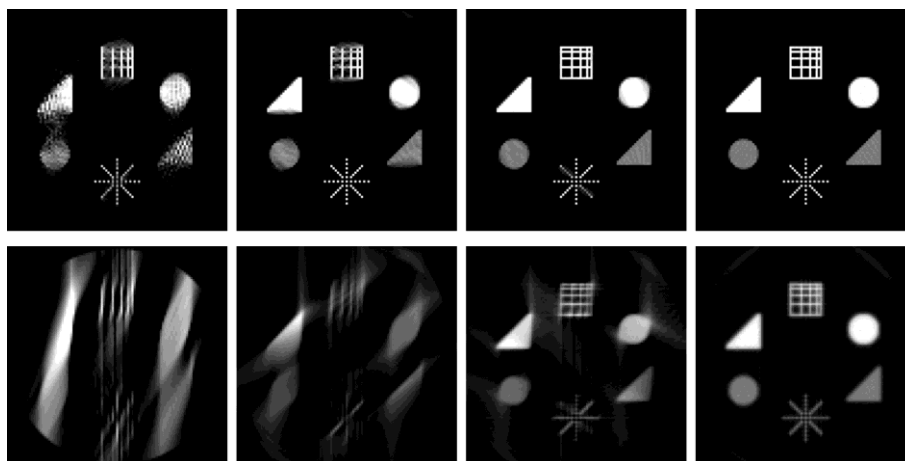
Insofern ist die oft gestellte Frage nach der Entstehung der fehlenden Information im Sinogramm nur für deren Verwendung zur gefilterten Rückprojektion relevant. Aus einer hinreichend korrekten Missing-Wedge-Rekonstruktion mit DIRECTT ergeben sich durch Projektion allerdings sofort die fehlenden Sinogrammzeilen.

## MW-Simulationen

Die typischen Missing-Wedge-Artefakte der FBP-Beispiele in Bild 3, unten, resultieren aus der fehlenden Information entlang den benutzten Durchstrahlungsrichtungen. Die entsprechenden Projektions-Sektoren der Beispiele betreffen  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$  und  $180^\circ$ . FBP-Modellrechnungen mit stetiger Änderung des MW ergeben erhebliche Artefakte für Projektionssektoren unterhalb von  $150^\circ$ .

Entsprechend einem Trivialverständnis der gefilterten Rückprojektion als unvollständige Summation von gleich langen projizierten Streifen der gefilterten Sinogrammzeilen müssen entlang der mittleren Durchstrahlungsrichtung derartige „Elongations“-Artefakte entstehen, die bereits bei nur 30% fehlender Winkel erheblich sind.

Im Gegensatz dazu verringert die geometrisch richtige Zuordnung von (unvollständigen) Trajektorien zu Rekonstruktionselementen mit DIRECTT bereits bei der gewichteten Auswahl diese Artefakte. Dieser Vorzug verstärkt sich durch iteratives Vorgehen. Für die vorteilhafte Nutzung des neuartigen Algorithmus ist die Wahl der Rekonstruktionsparameter wesentlich.



*Bild 3. Vergleich von Missing-Wedge-Rekonstruktionen DIRECTT (oben) und mittels gefilterter Rückprojektion (unten); Projektionssektoren:  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $180^\circ$  (v.l.n.r.)*

*Figure 3. Missing Wedge model calculations: comparison of reconstruction results obtained from DIRECTT (top row) and Filtered Backprojection (bottom row) for identical angular sectors of 30, 60, 120 and 180 degree (from left to right).*

Für das Beispiel in Bild 3 wird ein Kontrast-Filter, der einer 2. Ableitung entspricht, verwendet, um die Reichweite der artefaktischen Effekte der konventionellen Filterung einzuschränken. Für die Auswahl der Rekonstruktionselemente werden in jedem Iterationsschritt nur wenige Prozent verwendet ( $\alpha > 0.9$ ). Auch die relative Gewichtung der Rekonstruktionselemente beträgt etwa nur 10%. Für den Umgang mit sehr kleinen Projektionssektoren ist es erforderlich, in der Rekonstruktionssumme negative und zu große „Dichten“ zu unterdrücken.

Die in Bild 3 oben dargestellten DIRECTT-Rekonstruktionen aus Datensätzen von Teilsektoren ergeben für alle MW-Sektoren erhebliche Vorteile. Besonders augenscheinliche Unterschiede bieten die kleinen Projektionssektoren, deren konventionelle Rekonstruktionen

sehr mangelhaft sind. Diese Verbesserungen werden jedoch auf Kosten großer Rechenzeit aufgrund vieler notwendiger Iterations-Zyklen erreicht: je kleiner der Sektor, desto höher die Iterationsanzahl, aber auch die Verbesserung der Qualität. So mußten für die beiden kleinen Messsektoren (großer MW) einige 10.000 Iterationen bewältigt werden.

Mit Blick auf große Meßdatensätze, Signalrauschen, instabile Quellen, physikalische Artefakte und Detektor-Fehler ergeben sich somit Zweifel an den verbleibenden Vorzügen in der Meßpraxis. Deshalb werden im Folgenden modifizierte Rekonstruktions-Algorithmen diskutiert.

## **DIRECTT-Modifikation: Partiiell diskrete Rekonstruktionsstrategie**

MW-Messdatensätze realistischer Größe sind nicht befriedigend zu bewältigen, ohne besondere Anpassungen des Rekonstruktions-Algorithmus vorzunehmen. Typische Artefaktausprägungen werden in Bild 4 (Mitte) anhand der scheinbaren Porendeformation eines Metallschaums als Ergebnis einer MW-FBP illustriert. Zum Vergleich weist die Standardrekonstruktion des vollständigen Datensatzes annähernd isotrope Porenstrukturen auf (Bild 4, links). Wie oben gezeigt, kann die Rekonstruktionsqualität mit sehr vielen Iterationen verbessert werden. Allerdings erschweren die großen Datensätze diese Vorgehensweise und erfordern eine modifizierte Rekonstruktionsstrategie. Diese wird im Folgenden beschrieben und auf Messdaten sowie Modellrechnungen angewandt.

Einige der oben genannten Parameter werden im Verlauf der Iteration geändert. Unter der Annahme einer annähernd binären Massenverteilung wird aus der Startrekonstruktion eine grobe Näherung der Massendichte  $\rho_0$  als Verhältnis der integralen Masse zur Anzahl der „Nicht-Null-Elemente“ gewonnen.

Die Iteration wird in drei Stufen ausgeführt. In den ersten beiden werden ausschließlich Binärwerte zugelassen, während die dritte Stufe ohne jede Restriktion läuft. Aus unserer Erfahrung werden die besten Rekonstruktionsergebnisse erzielt, wenn die Iteration „sehr vorsichtig“ ausgeführt, das heißt mit geringer Konvergenzgeschwindigkeit. Der oben angegebene Parameter  $\alpha$  wird nahe 1 gewählt und die wenigen ausgewählten Elemente mit einer kleinen Gewichtung  $f$  zur Rekonstruktionssumme addiert. Der Iterationsfortschritt (als Maß dient das Integral des Restsinogramms) ist also vorsätzlich gering, um örtliche Massefehlweisungen, die im weiteren Verlauf nur schwer unterdrückt werden, zu verhindern.

Es erweist sich als nützlich, in der ersten Stufe einen Binärwert vorzugeben, der deutlich kleiner als das aus der Startrekonstruktion abgeschätzte  $\rho_0$  ist. In den nachfolgenden Beispielen wurde mit  $\rho_0/5$  gerechnet. Dieses Vorgehen ermöglicht die Beseitigung von eventuellen Massefehlweisung als Folge des Missing Wedge. Von Zyklus zu Zyklus wird der Auswahlparameter  $\alpha$  gesenkt, bis das Integral des Restsinogramm gegen einen von Null verschiedenen Wert konvergiert. Als Zwischenresultat erhält man eine nahezu artefaktfreie Binärrekonstruktion auf dem vorsätzlichen zu kleinen Dichteniveau.

Zu Beginn von Stufe zwei wird das Zwischenresultat auf den ursprünglichen abgeschätzten Wert  $\rho_0$  multipliziert. In den folgenden Zyklen wird  $\rho_0$  als Binärwert vorgegeben. Die Reduzierung des Auswahlparameters  $\alpha$  führt nun zu einer Konvergenz nahe Null. Nach Abschluss der zweiten Stufen erhält man eine binäre Näherungslösung der Rekonstruktion.

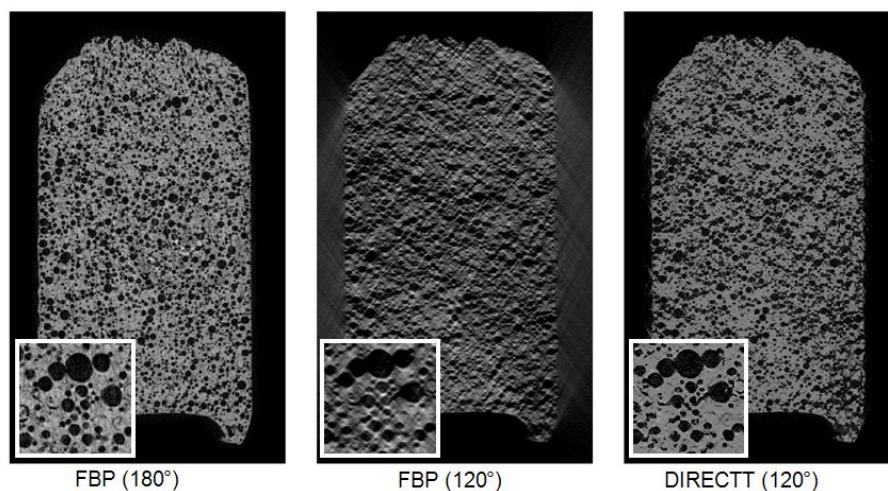
Letztlich wird in der dritten Stufe, die in den Beispielen 5 Zyklen umfasst, auf alle Restriktionen bzgl. Auswahl und Diskretisierung verzichtet. Die verbleibenden (geringen) Abweichungen der mittleren „wahren“ Dichte vom Binärwert  $\rho_0$  werden kontinuierlich reduziert und die lokalen Dichten erreichen realistische Analogwerte.

## **Experimentelle Anwendung der modifizierten MW-Prozedur**

Um die Auswirkungen eingeschränkter Projektionswinkel auf die CT-Rekonstruktionen von realen Messdaten zu bewerten zu können, wird ein vollständiger Synchrotron-Messdatensatz eines Metall-Schaums ( $\text{Al}_{50}\text{Ni}_{25}\text{Fe}_{25}$ ) mit quasi isotropen Poren erstellt. Durch Eliminierung von Projektionen eines Sektors werden daraus auch MW-Datensätze generiert. Der Sektor wird zu  $120^\circ$  gewählt, da relevante Artefakte auftreten. Im Gegensatz zur Elektronentomographie liegt damit eine Ideallösung als „Goldstandard“ vor und die Auswirkungen des MW können isoliert (ohne Einfluss weiterer Restriktionen) untersucht werden.

Die monochromatische Strahlung ( $E = 50 \text{ keV}$ ) ermöglicht zum einen ein hohes Signal-Rausch-Verhältnis und schließt zudem Aufhärtingsartefakte aus. Die hier benutzten Parallelstrahl-Projektionen sind für die eindeutige Rekonstruktionsgeometrie vorteilhaft. Der Probekörper ( $1.1 \text{ mm} \times 0.65 \text{ mm}$ ) wird in 1200 Winkelschritten über  $180^\circ$  projiziert. Die Transmissionsintensität wird von einem Detektor mit  $4008 \times 2672 \text{ Pixel} \text{ } \acute{a} \text{ } 1.1 \text{ } \mu\text{m}$  erfasst. Die Schwächungskoeffizienten wurden sowohl vollständig rekonstruiert als auch beschränkt auf einen  $120^\circ$ -Sektor.

Bild 4 zeigt links die konventionelle FBP-Rekonstruktion einer Einzelschicht des vollständigen Datensatzes (Sinogramm), in der Mitte die FBP eines  $120^\circ$ -Sektors und rechts die DIRECTT-Rekonstruktion des  $120^\circ$ -Sektors nach 16 Iterations-Zyklen.



*Bild 4. CT-Rekonstruktionen eines Metall-Schaums mit quasi isotropen Poren; links: konventionelle FBP-Rekonstruktion des vollständigen Datensatzes (Sinogramm); Mitte: FBP eines  $120^\circ$ -Sektors; rechts: DIRECTT-Rekonstruktion des  $120^\circ$ -Sektors nach 16 Iterations-Zyklen; jeweils mit Ausschnittsvergrößerung eines identischen Probenbereichs*

*Figure 4. Reconstruction of one slice of the metallic foam; left: reconstruction of the full ( $180$  degree) sinogram serving as gold standard, middle: FBP of the  $120$  degree sinogram, right: DIRECTT reconstruction of the  $120$  degree sinogram (16 iterations), enlargements of an identical sample detail*

Die Rekonstruktionsaufgabe für die MW-Datensätze besteht darin, die folgenden typischen Fehlweisungen der FBP (Bild 4, Mitte) zu beseitigen (beziehungsweise zu minimieren):

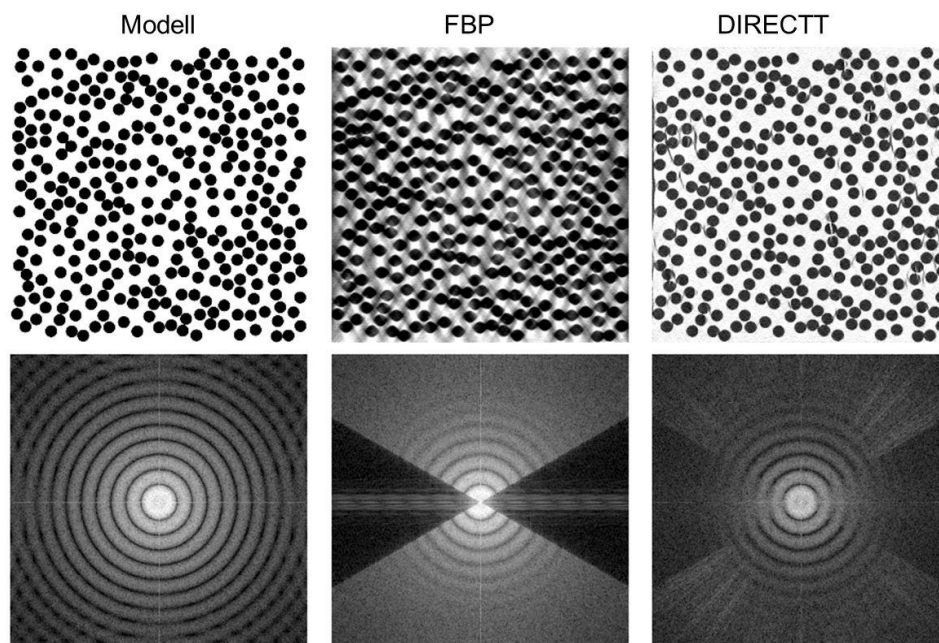
- (i) Elongationsartefakte deformieren die annähernd kreisförmigen Poren zu zitronenartigen Objekten, deren Spitzen in die mittlere Durchstrahlungsrichtung des  $120^\circ$ -Sektors weisen. Dies hat u.a. zur Folge, dass benachbarte, aber separierte Poren (wie im Goldstandard erkennbar) verbunden erscheinen.
- (ii) Senkrecht dazu werden an den Porenrändern Überschwinger der Dichte beobachtet. (Ausschnitt).
- (iii) Etwa 20 % der Gesamtmasse werden außerhalb der Probe rekonstruiert (Streifigkeit links und rechts der Probenfläche).

Mit Hilfe der oben beschriebenen Modifikation des DIRECTT-Standards werden die Elongationsartefakte der konventionellen FBP-Rekonstruktion nahezu beseitigt. Insbesondere in den Ausschnittsvergrößerungen ist der Qualitätsgewinn mit dem DIRECTT-Algorithmus erkennbar und kommt dem Goldstandard des vollständigen Datensatzes (Bild4, links) nahe.

## Bewertung simulierter MW-Datensätze

Über derartige experimentelle Ergebnisse hinaus wird die systematische Bewertung der Rekonstruktionsqualität anhand von Modellrechnungen entwickelt, um dabei unabhängig von messtechnischen Einflüssen oder der Probenbeschaffenheit die erlangte Qualitätsverbesserung zu beurteilen.

Dazu werden (in Analogie zu Poren) Modelle mit stochastisch angeordneten, nicht überlappenden Kreisscheibenmotiven untersucht. Die mit 40% Flächenanteil dicht gepackten Teilmotive in verschiedenen Größen werden zudem mit unterschiedlichen Rauschsignalen versehen, um diese als realistische Einschränkungen für die Qualität der Rekonstruktionen bewerten zu können.



*Bild 5. Charakterisierung von 120° Missing-Wedge-CT-Rekonstruktionen eines Porenmodells; oben: Modell (20-Pixel-Poren), Rekonstruktionen mit FBP und DIRECTT für ein simuliertes SNR von 100 (v.l.n.r.); unten: die entsprechenden Fouriertransformierten mit unterschiedlichen Ausprägungen des fehlenden Sektors (Missing Wedge)*

*Figure 5. Comparison of 120 degree MW reconstruction of a pore model with simulated SNR of 100; top: pore model (20 pixel pore size), 120 deg FBP and the 120 deg DIRECTT result (16 iterations) for a simulated SNR of 100 (top, from left); bottom: the respective 2D Fourier transforms with strongly different MW sector.*

Als relativ einfaches Bewertungskriterium für MW-Rekonstruktionen erweist sich neben der direkten Betrachtung der Artefakte im realen Rekonstruktionsraum die Ausprägung des fehlenden Winkelsektors im Fourier-Raum, der eine integrale Richtungsverteilung der Kanten liefert. Die 120°-MW-Rekonstruktionen eines 20-Pixel-Porenmodells sind in Bild 5 dargestellt, im oberen Teil das Modell und die Rekonstruktionen mit FBP sowie DIRECTT. Die zugehörigen Beträge der Fouriertransformierten (FFT) mit den unterschiedlichen Ausprägungen des fehlenden Sektors (Missing Wedge) zeigt Bild 5, unten. Die

Transformierte der DIRECTT-Rekonstruktion zeigt nur im hohen Frequenzbereich (in Randnähe) Unterschiede zum Modell.

Für die quantitative Bewertung wäre das Konzept der Modulations-Transfer-Funktion (MTF) [11,12,13] denkbar, das jedoch unter MW-Bedingungen zu unbefriedigenden Ergebnissen führt, weil der radiale Abfall im Fourierraum anisotrop ist.

Da also die typischen Elongations-Artefakte mit der in der Radiographie üblichen eindimensionalen Modulations-Transfer-Funktion nicht erfasst werden, wird als Alternative ein stochastischer Ansatz für die Qualitätsbewertung entwickelt. Dazu werden die Richtungsabweichungen der Kanten von ihrerseits ideal isotropen Teilmotiven (Kreisscheiben) des Originals betrachtet [14]. Bild 6 zeigt Ergebnisse der quantitativen Bewertung der 120°-MW-Rekonstruktionen.

Die Häufigkeit der Kantenorientierungen wird mit der „Rose-Of-Directions“ für DIRECTT-Rekonstruktionen des Porenmodells mit variablen Signal/Rausch-Verhältnissen (SNR) wiedergegeben, ebenso rechts in Bild 6 die  $L^2$ -Distanz als jeweilige Summe der quadratischen Häufigkeits-Abweichungen der FBP- und DIRECTT-Rekonstruktionen über dem SNR. Die Abweichungen der konventionellen FBP-Rekonstruktionen vom Original sind um ein Vielfaches größer als die DIRECTT-Versionen. Noch schlechter schnitten nach diesen Kriterien MW-Ergebnisse nach dem (iterativen) algebraischen Rekonstruktionsverfahren SIRT ab [14].

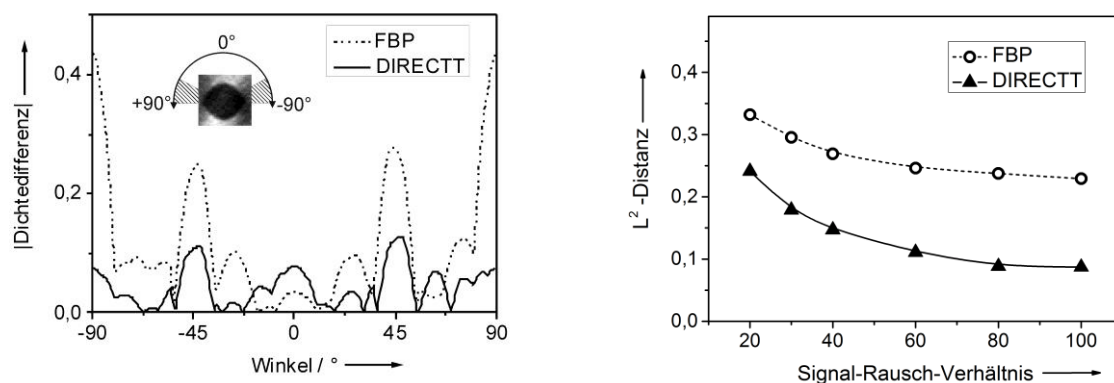


Bild 6. Quantitative Bewertung der 120°-Missing Wedge CT-Rekonstruktionen von Scheiben-Modellen im Pixel-Raster; links: normierte Häufigkeit von Kantenrichtungen (Rose-Of-Directions) relativ zum Modell, im Vergleich zur FBP (wenige diskrete Polarwinkel, mittlere Einstrahlrichtung senkrecht zur 0°-Richtung); rechts: mittlere quadratischen Häufigkeits-Abweichungen ( $L^2$ -Distanz) der FBP- und DIRECTT-Rekonstruktionen über SNR

Figure 6. Quantitative evaluation of 120 deg. Missing Wedge CT reconstructions of pixelised disc models; left: normalized frequencies of edge directions (Rose of Directions) with respect to the model, compared to FBP ( few polar angles, average angle of incidence perpendicular to zero degree); right: mean square frequency deviations ( $L^2$ -distance) of the FBP and DIRECTT reconstructions over SNR

## Zusammenfassung

Die Reduzierung von Missing-Wedge-Artefakten in CT-Rekonstruktionen gelingt mittels des DIRECTT-Algorithmus ohne besondere Vorkehrungen. Für die praktische Realisierung ist jedoch eine Beschleunigung der Konvergenz erforderlich, wozu partiell diskrete Zwischenlösungen herangezogen werden. Die erzwungene Diskretisierung der Dichteanzeigen wird jedoch in den abschließenden Zyklen aufgehoben.

Die Bewertung im Fourierraum zeigt qualitativ, die erfolgreiche Ergänzung der fehlenden Information im MW-Bereich. Zur quantitativen Bewertung der lokalen Rekonstruktions-



qualität wird eine Technik der räumlichen Statistik adaptiert, welche die Häufigkeit der Kantenorientierungen verwertet. Der damit bewertete DIRECTT-Algorithmus erweist sich gegenüber bisherigen Rekonstruktions-Methoden als wesentlich vorteilhafter.

## Abstract

### **Reduction of Missing Wedge Artifacts in Computerised Tomography by DIRECTT.**

Typical missing wedge (MW) artefacts in reconstructions of computerised tomography (CT) can be suppressed by the iterative algorithm DIRECTT (Direct Iterative Reconstruction of Computed Tomography Trajectories). The MW-restrictions due to missing projection angles are presently limited to specific applications of X-ray and neutron tomography. However in the field of nanometer resolving electron tomography they are an inevitable standard. The MW artefacts can be removed much better by an additional procedure of the DIRECTT algorithm applying partially discrete intermediate solutions. Reconstructions of complete and incomplete data sets from measurements and models are created in order to evaluate their quality, and to compare them with the results from other algorithms (filtered back projection (FBP) and ART approaches). The Fourier transforms of the reconstructions demonstrate the contribution of supplementary information to the missing wedge sector. For further assessment of the reconstruction quality, adapted techniques of spatial statistics are applied.

## Danksagung

Die Autoren danken dem Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) für finanzielle Unterstützung im Verbundprojekt 3D-Analyse (Laufzeit 2010-2013) unter den Förderkennzeichen 05M10DAA, 05M10VUA, 05M10KTA.

## Referenzen

- 1 P.A. Midgley, R.E. Dunin-Borkowski: Electron tomography and holography in materials science, *Nature Materials* 8 (2009) S.271-280
- 2 R. Grothausmann, G. Zehl, I. Manke, S. Fiechter, P. Bogdanoff, I. Dorbandt, A. Kupsch, A. Lange, M.P. Hentschel, G. Schumacher, J. Banhart: Quantitative Structural Assessment of Heterogeneous Catalysts by Electron Tomography, *Journal of the American Chemical Society* 133 (2011) S.18161-18171
- 3 R. Grothausmann, I. Manke, G. Zehl, I. Dorbandt, P. Bogdanoff, S. Fiechter, M.P. Hentschel, A. Lange, A. Kupsch, A. Hilger, J. Banhart: Charakterisierung von Katalysatormaterialien für Brennstoffzellen mittels Elektronentomographie, *MP Materials Testing* 52 (2010) S.706-711
- 4 A. Lange, M.P. Hentschel, A. Kupsch: Computertomographische Rekonstruktion mit DIRECTT, *MP Materials Testing* 50 (2008) S.272-277
- 5 A. Kupsch, A. Lange, M.P. Hentschel, B.R. Müller: Improved Computed Tomography by Variable Desmearing: Model reconstructions by iterative DIRECTT algorithm, *MP Materials Testing* 52 (2010) S.394-400
- 6 M.P. Hentschel, A. Lange, A. Kupsch, B.R. Müller: Rekonstruktion unvollständiger computertomographischer Modelldatensätze mit DIRECTT-Algorithmus, *MP Materials Testing* 52 (2010) S.668-675
- 7 A. Lange, A. Kupsch, M.P. Hentschel, I. Manke, N. Kardjilov, T. Arlt, R. Grothausmann: Reconstruction of limited computed tomography data of fuel cell components using DIRECTT, *Journal of Power Sources* 196 (2011) S.5293-5298
- 8 I. Manke, N. Kardjilov, R. Schäfer, A. Hilger, M. Strobl, M. Dawson, C. Grünzweig, G. Behr, M. Hentschel, C. David, A. Kupsch, A. Lange, J. Banhart: Three-dimensional imaging of magnetic domains, *Nature Communications* 1 (2010) S.125 (doi: 10.1038/ncomms1125)
- 9 H. Markötter, I. Manke, R. Kuhn, T. Arlt, N. Kardjilov, M.P. Hentschel, A. Kupsch, A. Lange, C. Hartnig, J. Scholta, J. Banhart: Neutron tomographic investigations of water distributions in polymer electrolyte membrane fuel cell stacks, *Journal of Power Sources* 219 (2012) S.120-125

- 10 J. Radon: Über die Bestimmung von Funktionen längs gewisser Mannigfaltigkeiten, Berichte der math.-phys. Kl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften 59 (1917) S.262
- 11 R. Halmshaw: Industrial Radiology, Chapman & Hall, London 1982
- 12 International Standard ISO 15708-2: Non-destructive testing – Radiation methods - Computed tomography - Part 2: Examination practices 2002
- 13 A. Lange, A. Kupsch, M.P. Hentschel, B.R. Müller: DIRECTT-Rekonstruktionen im Vergleich zur Gefilterten Rückprojektion, MP Materials Testing (2014), im Druck
- 14 S. Lueck, A. Kupsch, A. Lange, M.P. Hentschel, V. Schmidt: Statistical Comparison of Various Reconstruction Algorithms with respect to Missing Wedge Artifacts in Computed Tomography, Materials Research Society Symposium Proceedings 1421 (2011) (doi: 10.1557/opl.2012.209)

### **Die Autoren dieses Beitrags**

Dipl.-Phys. Axel Lange, Jahrgang 1948, studierte Physik an der Technischen Universität Berlin. Nach mehrjähriger Tätigkeit in der Grundlagenforschung mit Röntgenstreuverfahren war er seit 1987 als Mitarbeiter der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) in der zerstörungsfreien Prüfung wesentlich an Einrichtung und Anwendung der Röntgentopographie beteiligt und hat das Prinzip des DIRECTT-Algorithmus entwickelt.

Prof. Dr. rer. nat. Manfred P. Hentschel, Jahrgang 1943, studierte Physik an der Freien Universität Berlin, wo er 1981 promovierte. Seit 1987 ist er Mitarbeiter der BAM im Bereich Zerstörungsfreie Prüfung. Dort leitete er bis zu seinem Ruhestand 2008 die Arbeitsgruppe „Röntgen-Streu-Topographie“, in der bildgebende Röntgenstreuverfahren für die Charakterisierung heterogener Werkstoffe entwickelt und eingesetzt werden. Er ist Träger der Röntgen-Plakette des Jahre 2000, Honorarprofessor der Technischen Universität Berlin und weiterhin in der BAM tätig.

Dr. rer. nat. Andreas Kupsch, Jahrgang 1968, studierte Physik an der Technischen Universität Dresden, wo er 2004 am Institut für Strukturphysik promovierte. Seit 2004 ist er als Mitarbeiter der BAM in der ZfP tätig. Neben der Computer-Tomographie und der Röntgen-Topographie gehört die Nutzung der Röntgenrefraktion zu seinen Schwerpunkten im Fachbereich Mikro-ZfP.

Dr. rer. nat. Sebastian Lück, geb. 1980, studierte Wirtschaftsmathematik an der Universität Ulm, wo er 2011 auch promovierte. Zu seinen Forschungsinteressen gehören der Einsatz räumlicher stochastischer Modelle in Medizin und Biologie sowie die statistische Bewertung von CT-Algorithmen. Derzeit arbeitet er als Unternehmensberater in Nordrhein-Westfalen.

Prof. Dr. rer. nat. habil. Volker Schmidt hält den Lehrstuhl für Stochastik an der Universität Ulm. Er studierte Mathematik an der Universität Wrocław (Polen). Danach folgten Promotion und Habilitation an der TU Bergakademie Freiberg. Seit 1992 gehört er der Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften der Universität Ulm an. Seine Forschungsinteressen liegen auf dem Gebiet der stochastischen Geometrie, der räumlichen Statistik und Monte Carlo-Simulationen von räumlichen statistischen Modellen.

Dr. rer. nat. Roman Grothausmann, geb. 1981, studierte Physik an der Universität Regensburg und am Trinity College Dublin (2001-2007). Im Rahmen seiner Diplomarbeit arbeitete er im TEM-Labor von Prof. J. Zweck. Dort entwickelte er einen rechnergesteuerten Aufbau zur „In-Situ Elektronenstrahldeposition von Leiterbahnen im TEM“. Von 2008 bis 2012 arbeitete er am Institut für angewandte Materialforschung des Helmholtz-Zentrum Berlin für Materialien und Energie (HZB) im Bereich der Elektronentomographie. 2011 schloss er seine Promotion an der TU Berlin ab. Seit 2012 ist er an der Medizinischen Hochschule Hannover tätig.

Dr.-Ing. André Hilger studierte physikalische Technik und war nach dem Diplom von 2001-2006 technischer Angestellter am HZB sowie an der Technischen Fachhochschule Berlin. Nach seinem Masterabschluss 2006 war er für die Entwicklung der Neutronentomographie verantwortlich und promovierte dort auf dem Gebiet der „Tomographie mit spinpolarisierten Neutronen“. Seit 2009 arbeitet er an der Weiterentwicklung tomographischer Verfahren mit Neutronen- und Synchrotronstrahlung am HZB.

Dr. rer. nat. Ingo Manke ist seit 2007 Leiter der Fachgruppe „Bildgebende Verfahren“ am HZB. Er promovierte in Experimentalphysik auf dem Gebiet der Bildgebung mit Rastersondenverfahren. Seine

aktuellen Forschungsfelder sind Entwicklung von bildgebenden Verfahren basierend auf Röntgenstrahlen, Neutronen und Elektronen sowie deren Anwendungen in der grundlagenorientierten und angewandten Materialforschung.