

Prüfungsprotokoll
Mathematik I - Lehramt
(Analysis 1, Analysis 2, Differentialgleichungen)

Prüfer: Prof. Helmut Maier
Beisitzer: Daniel Haase
Datum: 16.12.2005
Dauer: ca. 30-35 Minuten
Note: 1,3

Analysis

- Definition der Konvergenz einer Folge
- Beweis: $a_n \rightarrow a, b_n \rightarrow b \Rightarrow a_n b_n \rightarrow ab$
- Definition: Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt
- Beweis: $a_n \rightarrow a, f$ und g in a stetige Funktionen $\Rightarrow f(a_n)g(a_n) \rightarrow f(a)g(a)$
- Wir haben ein Polynom vom Grad 10. Ist das durch den Satz von Taylor exakt darstellbar? (Ja, denn ab $n = 11$ ist das Restglied 0)
- Wie sieht die Taylorreihe einer Funktion aus? Welche Voraussetzungen hat der Satz von Taylor?
- Überleitung zu Analysis 2: Definition totale Differenzierbarkeit
- Beweis, daß die totale Ableitung eindeutig ist. Hier wollte er zu linearer Algebra überleiten, denn der Beweis erforderte das. Als ich ihn daran erinnert habe, daß ich nicht LA, sondern Differentialgleichungen geprüft werde, hat er den Beweis bis dahin als richtig anerkannt und die LA-Frage zurückgezogen.
- $\iint_{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4} \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$ berechnen. Nachdem ich die Polarkoordinatensubstitution gemacht habe, wollte er nur noch die Integrationsgrenzen für r und φ wissen und hat dann die Rechnung abgebrochen.

Differentialgleichungen

- "Was versteht man unter einer Ricatti-DGL?" - Hatte die schonmal gesehen, konnte sie aber nicht nennen und hab ihm das dann gesagt. (Das war übrigens der Grund, wieso es keine 1,0 geworden ist.)
- $y' = x^2 y + e^x$ lösen. Habe ihm zuerst gesagt, dass es sich um eine inhomogene lineare DGL handelt, und daß man zunächst die dazugehörige homogene DGL lösen muss. Nachdem ich diese angegeben hatte, fragte er, wie man nun auf die Lösung der inhomogenen DGL komme (Variation der Konstanten).

- Erklären, wie Variation der Konstanten funktioniert. Danach wollte er dann die Lösung der inhomogenen DGL nicht mehr wissen.
- Gleichung: $y' = \sqrt{y}$. Er fragte, ob ich die Lösungen davon sehe. Als ich dann "zunächst die konstante Nullfunktion" sage, gibt er mir die zweite Lösung, nämlich $\frac{x^2}{4}$.
- Frage von ihm: Warum gilt bei dieser Gleichung nun der Satz von Picard-Lindelöf nicht? (Denn lt. Satz müsste die Lösung eindeutig sein.) Ich nenne die Voraussetzungen des Satzes und sage dann, die Funktion \sqrt{y} ist nicht Lipschitz-stetig im Punkt 0.
- Definition der Lipschitz-stetigkeit einer Funktion
- Beweis, daß die obige Funktion tatsächlich nicht Lipschitz-stetig in 0 ist.

Bemerkungen:

- Die Fragen scheinen wirken vielleicht etwas zu einfach, um eine so gute Note zu bekommen. Allerdings habe ich dafür die Antwort auf seine Fragen immer sehr schnell und auch korrekt gegeben. Das muss ihm wohl gefallen haben. Auch die (häufigen!) Zwischenfragen des Beisitzers konnte ich schnell beantworten.
- Der Beisitzer hat viele Zwischenfragen gestellt. Das war schon etwas irritierend. Dafür hat er bei den Beweisen sehr schnell brauchbare(!) Tipps gegeben. Ich kann ihn nur weiterempfehlen!
- Ich habe in sehr vielen Prüfungsprotokollen so etwas wie "unglaublich, wie viel man falsch machen kann und immer noch eine gute Note bekommen kann" gelesen. Das mag zwar schon stimmen, aber: Die Grundlagen (Analysis 1 und Definitionen aus Analysis 2) müssen einfach felsenfest sitzen und verstanden worden sein! Woher ich das weiß? Diese Prüfung war mein zweiter Versuch ;-)